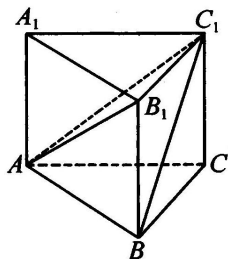




提升探究

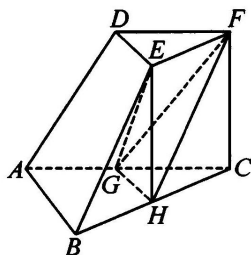
11. (2020·济南市高三月考)《九章算术》是我国古代数学名著,它在几何学中的研究比西方早 1000 多年,在《九章算术》中,将底面为直角三角形,且侧棱垂直于底面的三棱柱称为**堑堵**(qian du);阳马指底面为矩形,一侧棱垂直于底面的四棱锥,鳖臑(bie nao)指四个面均为直角三角形的四面体.如图在堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$.

- (1)求证:四棱锥 $B-A_1ACC_1$ 为阳马;
(2)若 $C_1C=BC=2$,当鳖臑 C_1-ABC 体积最大时,求锐二面角 $C-A_1B-C_1$ 的余弦值.



12. (2020·山东省菏泽一中高三月考)如图,在三棱台 $ABC-DEF$ 中, $BC=2EF$, G, H 分别为 AC, BC 上的点,平面 $GHEF \parallel$ 平面 $ABED$, $CF \perp BC, AB \perp BC$.

- (1)证明:平面 $BCFE \perp$ 平面 EGH ;
(2)若 $AB \perp CF, AB=BC=2CF=2$,求二面角 $B-AD-C$ 的大小.



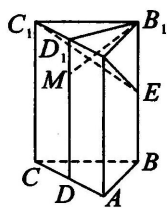


13. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,

$AB = BC = \frac{1}{2}AA_1$, D, D_1, E 分别为棱 AC, A_1C_1, BB_1 的中点, $BC \perp A_1E$, 点 M 在直线 DD_1 上, 且 $\overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{DD_1}$, $\lambda \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $\lambda = \frac{3}{4}$ 时, 证明: $B_1M \perp$ 平面 A_1C_1E ;

(2) 当 λ 为何值时, 平面 ABM 与平面 A_1B_1C 夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$?





❖ 复习小结 ❖

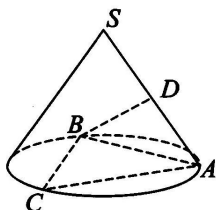
■ 基础巩固

一、选择题

1. 若 $a=(1,2,1)$, $b=(-2,0,1)$ 分别是直线 l_1, l_2 的方向向量, 则 l_1, l_2 的位置关系是 ()

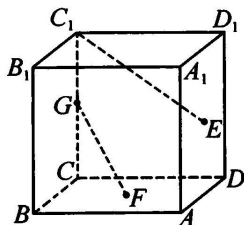
A. 平行 B. 异面
C. 相交 D. 相交或异面

2. (2022 · 陕西安康) 在如图所示的圆锥中, S 是圆锥的顶点, 正三角形 ABC 的顶点在底面圆周上, D 是母线 SA 的中点, 若该圆锥的侧面积是底面积的 2 倍, 则异面直线 AC 与 BD 所成角的余弦值为 ()



A. $\frac{\sqrt{30}}{20}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$
C. $\frac{\sqrt{30}}{15}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{15}$

3. 如图所示, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是正方形 ADD_1A_1 和 $ABCD$ 的中心, G 是 CC_1 的中点, 设 GF, C_1E 与 AB 所成的角分别为 α, β , 则 $\alpha + \beta$ 等于 ()



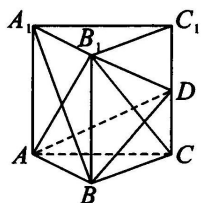
A. 120° B. 60° C. 75° D. 90°

4. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a , 点 M 在 AC_1 上且 $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MC_1}$, N 为 B_1B 的中点, 则 $|MN|$ 为 ()

A. $\frac{\sqrt{21}}{6}a$ B. $\frac{\sqrt{6}}{6}a$
C. $\frac{\sqrt{15}}{6}a$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}a$

5. (多选) 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长均等于 1, D 是 CC_1 的中点, 则下列结论正确的是 ()

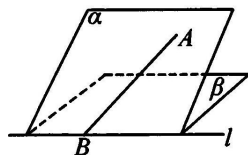
A. $A_1B \perp AD$
B. 平面 AB_1D 与平面 $A_1B_1C_1$ 的夹角是 60°
C. 平面 $A_1BD \perp$ 平面 AB_1D



D. AC 与平面 AB_1D 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

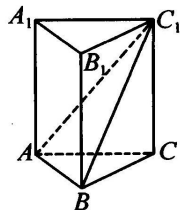
二、填空题

6. 如图, 二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小是 60° , 线段 $AB \subset \alpha, B \in l, AB$ 与 l 所成的角为 30° . 则 AB 与平面 β 所成的角的正弦值是 _____.



7. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AA_1=2, AD=1, E$ 为 CC_1 的中点, 则异面直线 BC_1 与 AE 所成角的余弦值为 _____.

8. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=1, AA_1=2$, 则二面角 C_1-AB-C 的余弦值为 _____.



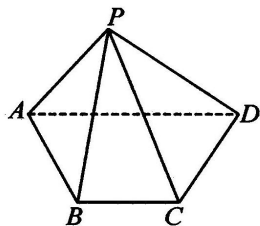


三、解答题

9. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是梯形.
 $BC \parallel AD$, $AB = BC = CD = 1$, $AD = 2$,
 $PB = \frac{\sqrt{13}}{2}$, $PA = PC = \sqrt{3}$.

(1) 证明: $AC \perp BP$;

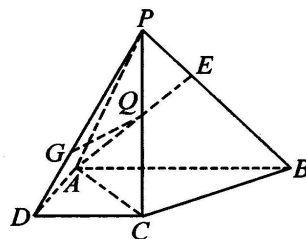
(2) 求直线 AD 与平面 APC 所成角的正弦值.



10. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, PC 垂直平面 $ABCD$, $AB \perp AD$, $AB \parallel CD$, AE 的中点为 Q , $PD = AB = 2AD = 2CD = 2$, $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EP}$, $\overrightarrow{DP} = 3\overrightarrow{DC}$.

(1) 证明: $QG \parallel$ 平面 ABC ;

(2) 求直线 AP 与平面 AEC 所成角的正弦值.



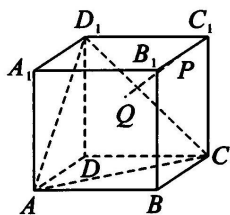


提升探究

11. 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $AB = BC = 2$. $PA = 2\sqrt{3}$, 点 D 是面 PAB 内的动点 (不含边界), $AD \perp CD$, 则异面直线 CD 与 AB 所成角的余弦值的取值范围为 ()

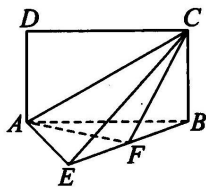
- A. $\left[\frac{\sqrt{5}}{10}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ B. $\left[\frac{\sqrt{10}}{10}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
C. $\left[\frac{\sqrt{5}}{10}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ D. $\left[\frac{\sqrt{10}}{10}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

12. 如图, 在边长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 在 B_1C_1 上, 点 Q 在平面 ABB_1A_1 内, 设直线 AA_1 与直线 PQ 所成角为 θ . 若直线 PQ 到平面 ACD_1 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\sin \theta$ 的最小值为 _____.



13. 如图, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $\triangle ACD \cong \triangle ACE$, 且二面角 $C-AB-E$ 为直二面角.

(1) 求证: 平面 $ACE \perp$ 平面 BCE ;



(2) 设 F 是 BE 的中点, $AE = 1$, $BE = \lambda$, 二面角 $E-AC-F$ 的平面角的大小为 θ , 当 $\lambda \in [2, 3]$ 时, 求 $\cos \theta$ 的取值范围.