

指数函数（一）

教案

三原南郊中学

柏涛

教学目标：

知识与技能：

理解指数函数的概念和意义，掌握指数函数的图像和性质，并能自觉、灵活地应用其性质（单调性、底数变化图像的变化规律、中介值）比较大小。

过程与方法：

- (1). 体会从特殊到一般再到特殊的研究问题的方法，培养学生观察、猜想、归纳、概括的能力。
- (2). 从数和形两方面理解指数函数的性质，体会数形结合、分类讨论的数学思想方法，提高思维的灵活性，培养学生直观、严谨的思维品质。

情感、态度与价值观：

- (1). 体验从特殊到一般再到特殊的学习规律，认识事物之间的普遍联系与相互转化，培养学生用联系的观点看问题，激发学生自主探究的精神，在探究过程中体验合作学习的乐趣。
- (2). 让学生在数形结合中感悟数学的统一美、和谐美，进一步培养学生的学习兴趣。

教学重点：指数函数的图像和性质。

教学难点：指数函数的底数 a 对图像的影响。

教学过程：

（一）、概念引入：

1. 某种细胞分裂时，由一个分裂成两个，两个分裂成四个，四个分裂成八个，以此类推，一个这样的细胞分裂 x 次后，得到的细胞个数 y 与 x 的函数关系式是什么？
2. 一种放射性物质不断变化为其它物质，每经过一年剩余质量约是原来的 $\frac{1}{2}$ ，设该物质的初始质量为 1，经过 x 年后的剩余质量为 y ，你能写出 x, y 之间的函数关系式吗？

1. $y = 2^x (x \in N_+)$

2. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x (x \in N_+)$

上述两个函数都是正整数指数函数，但在实际问题中指数不一定是正整数，比如在实例（2）中，我们除了关心 1 年、2 年、3 年后该物质的剩余量外，还想知道 3 个月、一年半后该物质的剩余量，这就需要对正整数指数函数的定义域进行扩充，结合指数概念的的扩充，

我们也可以将正整数指数函数的定义域扩充至全体实数,这样就得到了一个新的函数——指数函数。

一般地,函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 叫做指数函数,其中 $x \in \mathbf{R}$ 。

结合指数的运算,引导学生分析为什么规定 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 加深学生对概念的理解。

你能举出指数函数的例子吗?

练习 1: 判断下列函数是否为指数函数。

(1) $y = 3^{-x}$

(2) $y = x^2$

(3) $y = 3^{x+2}$

(4) $y = (-2)^x$

(二)、通过图像探究指数函数的性质及其简单应用:

(1) 用描点法作 $y = 2^x$ 与 $y = (\frac{1}{2})^x$ 的图像,并观察图像之间的关系:图像关于 y 轴对称。你能通过作图的过程解释这是为什么吗?(利用多媒体直观演示 $y = 3^x$ 与 $y = (\frac{1}{3})^x$ 之间的关系)。

结论: $y = a^x$ 与 $y = (\frac{1}{a})^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 图像关于 y 轴对称。

(2) 观察 $y = 2^x$ 、 $y = 3^x$ 、 $y = (\frac{1}{2})^x$ 、 $y = (\frac{1}{3})^x$ 的图像在平面直角坐标系中的分布有什么共同点?

图像都位于 x 轴上方,即函数值都大于零。

你能结合指数的运算说明这一特点吗?

结论: 指数函数的值域为 $(0, +\infty)$ 。

(3) 函数图像经过的特殊点也是我们研究函数性质的一个重要方面,指数函数图像有这样的点吗?

结论: 指数函数图像恒过 $(0, 1)$ 点,即 $x = 0$ 时, $y = 1$ 。

(4) 观察图像当自变量 x 从小到大变化时,图像的变化趋势有什么不同?

结论: $a > 1$ 时, $y = a^x$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数; $0 < a < 1$ 时, $y = a^x$ 为 $\mathbf{R}$ 上的减函数。

函数单调性的一个重要应用就是可以通过自变量的大小来比较函数函数值的大小。

比如: 试比较 $2^{0.7}$ 与 $2^{1.9}$ 的大小。

你还能结合指数函数的单调性举出一个比较两个指数式大小的例子吗?

(5) 观察 $y = 2^x$ 与 $y = 3^x$ 的函数图像,当底数变大时,函数图像如何变化?

那么 $y = (\frac{1}{2})^x$ 与 $y = (\frac{1}{3})^x$ 当底数变化时,函数图像又如何变化呢?

结论: $y = a^x$ 当 $a > 1$ 时, a 越大,图像越靠近 y 轴;

$y = a^x$ 当 $0 < a < 1$ 时, a 越小,图像越靠近 y 轴。

如右图，做一条直线 $x=1.6$ 分别与 $y=3^x$ 、 $y=2^x$ 图像交于 A 、 B 两点，则 $A(1.6, 3^{1.6})$ 、 $B(1.6, 2^{1.6})$ ，结合图像很容易发现： $2^{1.6} < 3^{1.6}$ 。

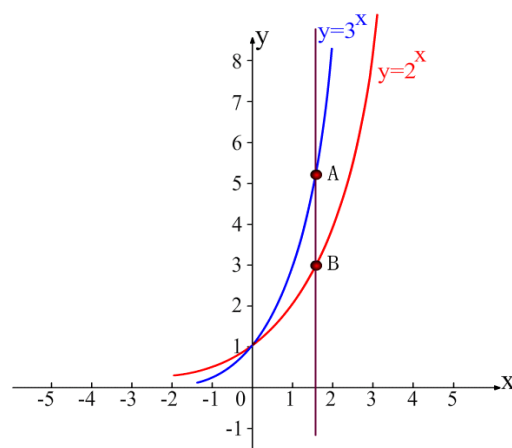
你还能举出一个这样的例子吗？

那么两个指数函数的函数值相等时，自变量大小又该如何比较？

如：若 $2^m = 3^n = 5.7$ ，试比较 m 、 n 的大小。

若 $2^m = 3^n$ ，试比较 m 、 n 的大小。

你还能举出这样的例子吗？



(6) 观察 $y=2^x$ 、 $y=3^x$ 的图像与直线 $y=1$ 有什么关系呢？

y 轴右侧的图像在直线 $y=1$ 的上方， y 轴左侧的图像在直线 $y=1$ 的下方。

结论： $y=a^x (a>1)$ 当 $x>0$ 时， $y>1$ ；当 $x<0$ 时， $0<y<1$ 。

由 $y=(\frac{1}{2})^x$ 、 $y=(\frac{1}{3})^x$ 的图像与直线 $y=1$ 的关系你又能得出什么结论呢？

结论： $y=a^x (0<a<1)$ 当 $x>0$ 时， $0<y<1$ ；当 $x<0$ 时， $y>1$ 。

试用上述性质比较 $3^{0.3}$ 与 $(\frac{1}{2})^{1.5}$ 的大小。

你还能举出这样的例子吗？

(7)、指数函数性质归纳小结：

(三)、课堂小结：

(1)、理解指数函数的概念，掌握指数函数的图像和性质，并能自觉、灵活地应用其性质比较大小。

(2)、研究函数的一般方法： 解析式 $\longrightarrow$ 图像 $\longrightarrow$ 性质。

(2)、体会从特殊到一般再到特殊的研究问题的方法，以及数形结合、分类讨论的数学思想。

(四)、布置作业：

(1)、课本 P_{77} 第 3、4 题。

(2)、搜集指数函数在实际生活中的应用实例。

指数函数（一）

教案说明

三原南郊中学

柏涛

一、授课内容的数学本质及教学目标定位：

《指数函数》是北师大版高中数学必修（I）第三章第三节，本节课所体现出来的数学本质主要有以下三个方面：

一是对指数函数性质的研究，都从具体的、特殊的问题入手，引导学生观察、猜想、归纳、概括得出一般性的结论，再用一般性的结论去研究具体的问题。体现出了由特殊到一般再到特殊的研究问题的方法。

二是本节课在由具体的指数函数图像归纳指数函数性质的过程中，始终注意了“数”和“形”两方面的结合，充分体现了数形结合的思想方法。

三是对指数函数部分性质的归纳（如：单调性）及应用（已知函数值相等，比较自变量的大小）中，采用了分类讨论的思想方法。

通过初中阶段的学习和高中对函数、指数的运算等知识的系统学习，学生对函数已经有了一定的认识，学生对用“描点法”描绘出函数图像的方法已基本掌握，已初步了解数形结合的思想。另外，学生对由特殊到一般再到特殊的数学活动过程已有一定的体会。

鉴于学生已有的知识基础的认知能力，结合高中数学《新课程标准》确定本节课的教学目标如下：

知识与技能：

理解指数函数的概念和意义，掌握指数函数的图像和性质，并能自觉、灵活地应用其性质（单调性、底数变化图像的变化规律、中介值）比较大小。

过程与方法：

- (1). 体会从特殊到一般再到特殊的研究问题的方法，培养学生观察、猜想、归纳、概括的能力。
- (2). 从数和形两方面理解指数函数的性质，体会数形结合、分类讨论的数学思想方法，提高思维的灵活性，培养学生直观、严谨的思维品质。

情感、态度与价值观：

- (1). 体验从特殊到一般再到特殊的学习规律，认识事物之间的普遍联系与相互转化，培养学生用联系的观点看问题，激发学生自主探究的精神，在探究过程中体验

合作学习的乐趣。

(2). 让学生在数形结合中感悟数学的统一美、和谐美，进一步培养学生的学习兴趣。

函数的图像和性质是我们应用函数解决问题的一个重要依据，因此，我们在研究函数时，图像和性质也就自然成为研究、讨论的重点，另外，本节课所体现出来的数学思想方法也都渗透在对指数函数的图像和性质的探究过程中，所以将本节课的教学重点确定为：指数函数的图像和性质。

受函数定义的影响，学生在研究函数时往往习惯于去关注当自变量变化时，函数值的变化情况，而当指数函数的底数 a 变化时，自变量 x 也在变化，变量由一个变成了两个，由一维升到了二维，从解析式来看，学生不易理解当底数变化时图像的变化规律，所以本节课的教学难点为：指数函数的底数 a 对图像的影响。为了突破这一难点，可引导学生结合具体的指数函数图像观察当底数变化时图像的变化规律，直观的理解指数函数的底数变化时函数图像的变化规律。并通过比较指数相同时函数值的大小及函数值相等时自变量的大小来加深学生对这一规律的理解。

二、 学习本内容的知识基础及该内容的地位作用：

本节内容编排在正整数指数函数、指数的扩充和运算性质之后，通过本节课的学习，既可以对指数函数的相关知识进一步巩固、深化，又可以为后面学习对数函数，尤其是利用互为反函数的图像间的关系来研究对数函数的性质打下坚实的概念和图像基础，更重要的是在于指数函数是进入高中以后学生遇到的第一个系统研究的函数，通过指数函数的研究，要教给学生研究函数的一般方法：解析式——→图像——→性质，所以指数函数不仅是函数部分的重点内容，也是高中学段的重点研究内容之一，有着不可替代的重要作用。此外，指数函数与我们的日常生产、生活和科学研究有着紧密的联系，因此学习这部分知识还有着广泛的现实意义。

三、 教学诊断分析：

本节内容编排在指数的运算性质之后，学生已能够熟练进行指数的相关计算，有利于从“数”的角度去解释、理解“形”，便于本节课的教学。但一方面学生在学习中对指数函数的形式认识不准，认为只要自变量在指数位置便是指数函数，需要结合具体例子加以分析强调，另一方面底数 a 对指数函数图像的影响学生不易理解，需结合具体指数函数的图象去观察，帮助学生直观的理解指数函数底数变化时图像的变化规律。

四、 教法特点与预期效果分析：

我以建构主义理论为指导，采用以学生的探索研究为主的启发式教学，并注意加强师生

的讨论和交流。在课堂结构上，根据学生的认知水平，我设计了：（1）提出问题——引入概念（2）数形结合——感悟规律（3）课堂小结——提高认识，三个层次的教法，它们环环相扣，层层深入，从而顺利完成教学目标。

本节课的教法特点主要体现在以下三方面：

- （1）问题设置展示了知识的发展、形成过程并遵循学生的认知规律：从实际问题得出指数函数的概念；对指数函数性质的研究从易到难，逐步深入；而对每个性质的研究采用从特殊到一般再到特殊的方法，先引导学生结合具体的指数函数图像归纳出指数函数图像和一般性质，再应用性质去解决具体的问题（比较两个数的大小）。
- （2）能够充分利用多媒体进行直观演示，加深学生对知识的理解，同时又教会学生从“数”和“形”两方面去认识、理解、解决相关的数学问题。
- （3）充分调动学生学习的积极性：从简单问题的解决到一般结论的得出，都尽可能由学生给出，教师只是给予必要的补充和强调。

结合学生的具体情况和本节课的教学设计，预计通过本节课的教学，至少百分之九十五以上的学生都能够理解指数函数的概念和性质，但要能够灵活应用其性质比较两个数的大小，由于知识基础和理解能力的差异，可能会有一部分学生还做不到，需要进一步指导并加强练习。

以上是我对教案的解释和说明，有不妥之处，请各位老师批评指正。