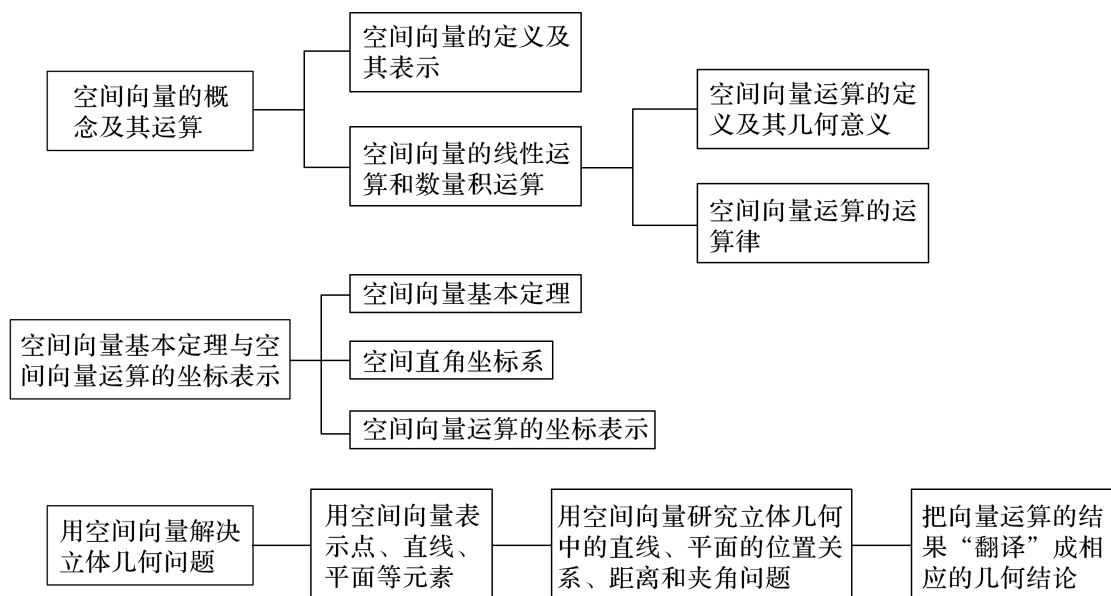


## 第一章章末复习

## 知识网络

理清脉络 纲举目张



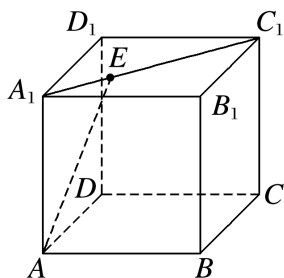
## 考点突破

抓住核心 突破重点

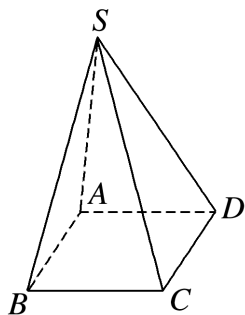
## 一、空间向量的概念及运算

【例1】. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $\overrightarrow{A_1E} = \frac{1}{4}\overrightarrow{A_1C_1}$ , 若  $\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AA_1} + y(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$ ,

则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ .



**【跟踪训练1.1】** (多选) 如图, 在四棱锥  $S-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是边长为 1 的正方形,  $S$  到  $A, B, C, D$  的距离都等于 2. 下列选项中, 正确的是 ( )



A.  $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = 0$

B.  $\vec{SA} + \vec{SB} - \vec{SC} - \vec{SD} = 0$

C.  $\vec{SA} - \vec{SB} + \vec{SC} - \vec{SD} = 0$

D.  $\vec{SA} \cdot \vec{SB} = \vec{SC} \cdot \vec{SD}$

**【跟踪训练1.2】** 在空间直角坐标系中, 已知  $A(1, -2, 1), B(2, 2, 2)$ , 点  $P$  在  $z$  轴上, 且满足  $|\vec{PA}| = |\vec{PB}|$ , 则  $P$  点坐标为 ( )

A.  $(3, 0, 0)$

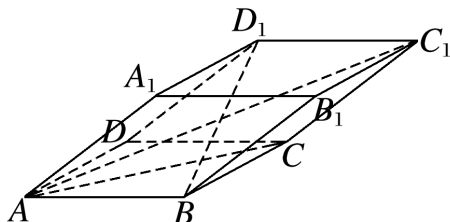
B.  $(0, 3, 0)$

C.  $(0, 0, 3)$

D.  $(0, 0, -3)$

**【跟踪训练1.3】**

如图所示, 在平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 以顶点  $A$  为端点的三条棱长度都为 1, 且两两夹角为  $60^\circ$ .



①求  $\vec{AC_1}$  的长;

②求  $\vec{BD_1}$  与  $\vec{AC}$  夹角的余弦值.

## 二、利用空间向量证明位置关系

**【例2】** 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $AB \perp AD, CD \perp AD, PA \perp$  底面  $ABCD$ ,

$PA = AD = CD = 2AB = 2, M$  为  $PC$  的中点.

(1) 求证:  $BM \parallel$  平面  $PAD$ ;

(2) 平面  $PAD$  内是否存在一点  $N$ , 使  $MN \perp$  平面  $PBD$ ? 若存在, 确定  $N$  的位置;

若不存在, 说明理由.

【跟踪训练2.1】. 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AC=3$ ,  $BC=4$ ,  $AB=5$ ,  $AA_1=4$ .

(1) 求证:  $AC \perp BC_1$ ;

(2) 请说明在  $AB$  上是否存在点  $E$ , 使得  $AC_1 \parallel$  平面  $CEB_1$ .

### 三、利用空间向量计算距离

#### 1. 空间距离的计算思路

【例3】. 在三棱锥  $B-ACD$  中, 平面  $ABD \perp$  平面  $ACD$ , 若棱长  $AC=CD=AD=AB=1$ , 且  $\angle BAD=30^\circ$ , 求点  $D$  到平面  $ABC$  的距离.

【跟踪训练3.1】. 已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为1, 若点  $P$  满足

$$\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AA_1}, \text{ 则点 } P \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离为 ( )}$$

A.  $\frac{25}{144}$

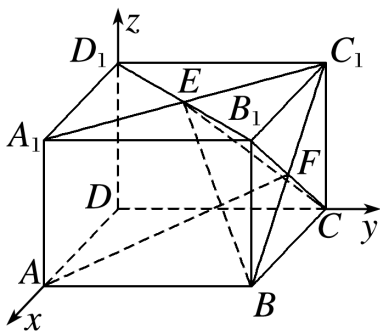
B.  $\frac{5}{12}$

C.  $\frac{13}{20}$

D.  $\frac{\sqrt{105}}{15}$

### 四、利用空间向量求空间角

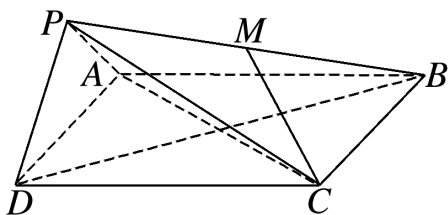
【例4】. 如图, 在长方体  $AC_1$  中,  $AB=BC=2$ ,  $AA_1=\sqrt{2}$ , 点  $E, F$  分别是平面  $A_1B_1C_1D_1$ , 平面  $BCC_1B_1$  的中心. 以  $D$  为坐标原点,  $DA, DC, DD_1$  所在直线分别为  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴建立空间直角坐标系. 试用向量方法解决下列问题:



(1) 求异面直线  $AF$  和  $BE$  所成的角;

(2) 求直线  $AF$  和平面  $BEC$  所成角的正弦值.

**【跟踪训练4.1】** 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为正方形, 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PA = PD = \sqrt{6}$ ,  $AB = 4$ .

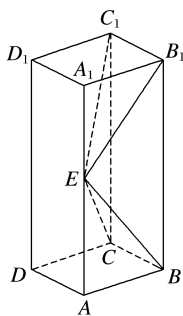


- (1) 求平面  $BDP$  与平面  $PAD$  的夹角的大小;
- (2) 若  $M$  是  $PB$  的中点, 求直线  $MC$  与平面  $BDP$  所成角的正弦值.

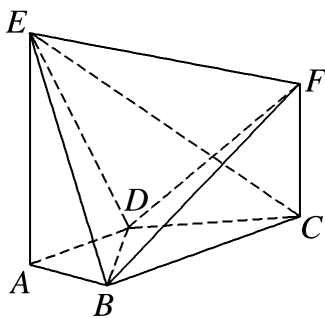
## 真题体验

实战高考 超越创新

1. 如图, 长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  是正方形, 点  $E$  是棱  $AA_1$  的中点,  $BE \perp EC_1$ , 求平面  $BEC$  和平面  $ECC_1$  夹角的余弦值.



2. 如图,  $AE \perp$  平面  $ABCD$ ,  $CF \parallel AE$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AD \perp AB$ ,  $AB = AD = 1$ ,  $AE = BC = 2$ .

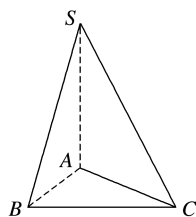


- (1) 求证:  $BF \parallel$  平面  $ADE$ ;
- (2) 求直线  $CE$  与平面  $BDE$  所成角的正弦值.

## 第一章章末练习 1

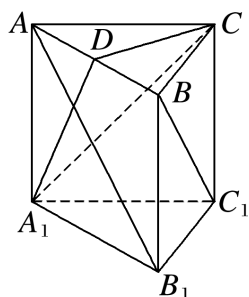
## ☑ 基础巩固

- 已知  $A(1, 5, -2)$ ,  $B(2, 4, 1)$ ,  $C(x, 3, y+2)$ , 且  $A, B, C$  三点共线, 则实数  $x, y$  的值分别为 ( )  
A. 3, -3                      B. 6, -1                      C. 3, 2                      D. -2, 1
- 在平面  $ABCD$  中,  $A(0, 1, 1)$ ,  $B(1, 2, 1)$ ,  $C(-1, 0, -1)$ , 若  $\mathbf{a} = (x, y, z)$ , 且  $\mathbf{a}$  为平面  $ABC$  的法向量, 则  $y^2$  等于 ( )  
A. 2                      B. 0                      C. 1                      D. 3
- 已知  $\mathbf{a} = (1-t, 1-t, t)$ ,  $\mathbf{b} = (2, t, t)$ , 则  $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|$  的最小值为 ( )  
A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       B.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{\sqrt{55}}{5}$                       D.  $\frac{11}{5}$
- 已知两平面的法向量分别为  $\mathbf{m} = (0, \sqrt{2}, 0)$ ,  $\mathbf{n} = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2)$ , 则两平面的夹角为 ( )  
A.  $60^\circ$                       B.  $120^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $90^\circ$
- 在棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $M, N$  分别是  $A_1B_1$  和  $BB_1$  的中点, 那么直线  $AM$  与  $CN$  所成角的余弦值为 ( )  
A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$                       C.  $\frac{3}{5}$                       D.  $\frac{2}{5}$
- $\mathbf{a} = (2, 3, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (-2, 1, 3)$ , 则以  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  为邻边的平行四边形的面积是 \_\_\_\_\_.
- 如图, 在三棱锥  $S-ABC$  中,  $SA \perp$  底面  $ABC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $AB = BC = 2$ ,  $SA = 2\sqrt{2}$ , 则  $SC$  与  $AB$  所成角的大小为 \_\_\_\_\_.



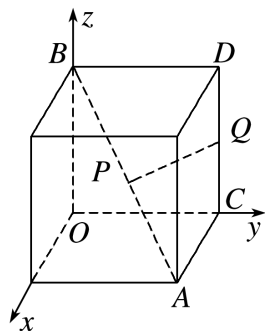
8. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为  $a$ , 点  $M$  在  $AC_1$  上, 且  $AM = \frac{1}{2}MC_1$ ,  $N$  为  $BB_1$  的中点, 则  $MN$  的长为 \_\_\_\_\_.

9. 如图, 已知在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AC \perp BC$ ,  $D$  为  $AB$  的中点,  $AC = BC = BB_1$ .



求证: (1)  $BC_1 \perp AB_1$ ; (2)  $BC_1 \parallel$  平面  $CA_1D$ .

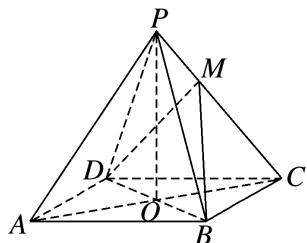
10. 如图所示, 正方体的棱长为 1, 以正方体的同一顶点上的三条棱所在的直线为坐标轴, 建立空间直角坐标系  $Oxyz$ , 点  $P$  在正方体的体对角线  $AB$  上, 点  $Q$  在正方体的棱  $CD$  上. 当点  $P$  为体对角线  $AB$  的中点, 点  $Q$  在棱  $CD$  上运动时, 求  $|PQ|$  的最小值.



#### ☒ 综合运用

11. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 平面  $A_1BD$  与平面  $BDC_1$  夹角的余弦值等于 \_\_\_\_\_.
12. 直角  $\triangle ABC$  的两条直角边  $BC = 3$ ,  $AC = 4$ ,  $PC \perp$  平面  $ABC$ ,  $PC = \frac{9}{5}$ , 则点  $P$  到斜边  $AB$  的距离是 \_\_\_\_\_.

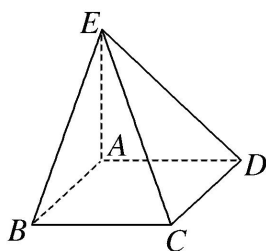
13. 如图, 已知四棱锥  $P-ABCD$  的底面是菱形, 对角线  $AC, BD$  交于点  $O$ ,  $OA=4, OB=3$ ,  $OP=4, OP \perp$  底面  $ABCD$ . 设点  $M$  满足  $\overrightarrow{PM} = \lambda \overrightarrow{MC} (\lambda > 0)$ , 当  $\lambda = \frac{1}{2}$  时, 直线  $PA$  与平面  $BDM$  所成角的正弦值是 \_\_\_\_\_.



14. 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1,  $E, F$  分别是棱  $BC, DD_1$  上的点, 如果  $B_1E \perp$  平面  $ABF$ , 则  $CE$  与  $DF$  的长度之和为 \_\_\_\_\_.

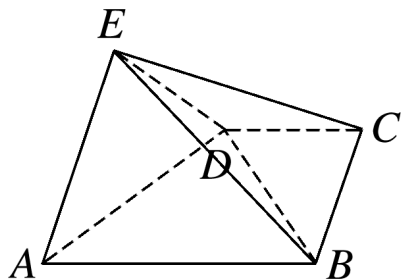
☑ 拓广探究

15. 如图, 过边长为 1 的正方体  $ABCD$  的顶点  $A$  作线段  $EA \perp$  平面  $ABCD$ , 若  $EA=1$ , 则平面  $ADE$  与平面  $BCE$  夹角的大小是 ( )



- A.  $120^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $135^\circ$       D.  $60^\circ$

16. 如图, 在四棱锥  $E-ABCD$  中, 平面  $EAD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $DC \parallel AB$ ,  $BC \perp CD$ ,  $EA \perp ED$ ,  $AB=4, BC=CD=EA=ED=2$ .

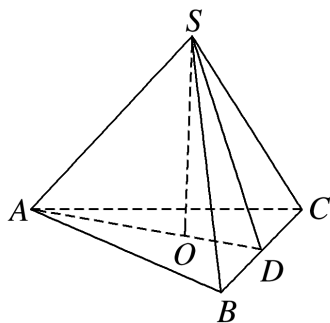


- (1) 证明:  $BD \perp$  平面  $AED$ ;  
(2) 求平面  $ADE$  和平面  $CDE$  夹角的余弦值.

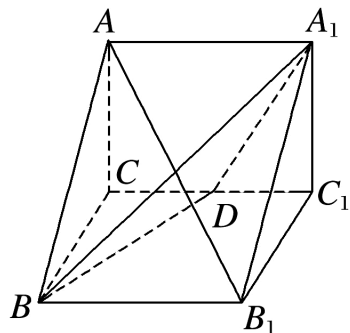
## 第一章章末练习 2

## ☑ 基础巩固

- 若平面  $\alpha$  与  $\beta$  的法向量分别是  $\mathbf{a} = (1, 0, -2)$ ,  $\mathbf{b} = (-1, 0, 2)$ , 则平面  $\alpha$  与  $\beta$  的位置关系是 ( )  
A. 平行                      B. 垂直                      C. 相交不垂直                      D. 无法判断
- 已知直线  $l$  的方向向量  $\mathbf{a} = (-1, 2, 4)$ , 平面  $\alpha$  的法向量  $\mathbf{b} = (-2, 4, 8)$ , 则直线  $l$  与平面  $\alpha$  的位置关系是 ( )  
A.  $l \parallel \alpha$                       B.  $l \perp \alpha$                       C.  $l \subset \alpha$                       D.  $l \in \alpha$
- 若  $\overrightarrow{AB} = \lambda \overrightarrow{CD} + \mu \overrightarrow{CE}$ , 则直线  $AB$  与平面  $CDE$  的位置关系是 ( )  
A. 相交                      B. 平行                      C. 在平面内                      D. 平行或在平面内
- (多选) 已知点  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(0, 0, 1)$ , 点  $D$  满足条件:  $DB \perp AC$ ,  $DC \perp AB$ ,  $AD = BC$ , 则点  $D$  的坐标为 ( )  
A.  $(1, 1, 1)$                       B.  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$   
C.  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$                       D.  $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$
- 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  是上底面  $A_1B_1C_1D_1$  的中心, 则  $AC_1$  与  $CE$  的位置关系是 ( )  
A. 重合                      B. 垂直                      C. 平行                      D. 无法确定
- 如图, 在正三棱锥  $S - ABC$  中, 点  $O$  是  $\triangle ABC$  的外心, 点  $D$  是棱  $BC$  的中点, 则平面  $ABC$  的一个法向量可以是 \_\_\_\_\_, 平面  $SAD$  的一个法向量可以是 \_\_\_\_\_.

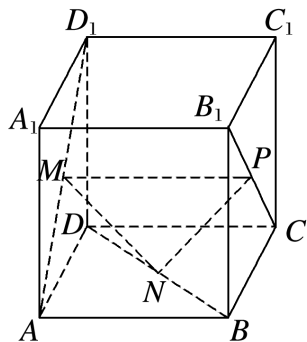


7. 若  $\mathbf{a} = (2x, 1, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -2y, 9)$ , 且  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  为共线向量, 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ .
8. 已知空间三点  $A(-1, 1, 1)$ ,  $B(0, 0, 1)$ ,  $C(1, 2, -3)$ , 若直线  $AB$  上存在一点  $M$ , 满足  $CM \perp AB$ , 则点  $M$  的坐标为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
9. 如图所示, 正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的所有棱长都为 2,  $D$  为  $CC_1$  的中点.



求证:  $AB_1 \perp$  平面  $A_1BD$ .

10. 如图,在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $M, N, P$  分别是  $AD_1, BD$  和  $B_1C$  的中点, 利用向量法证明:

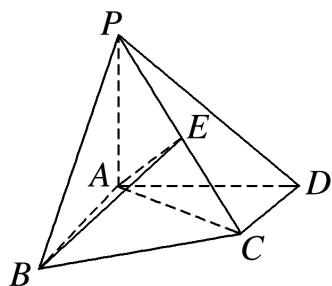


- (1)  $MN \parallel$  平面  $CC_1D_1D$ ;
- (2) 平面  $MNP \parallel$  平面  $CC_1D_1D$ .

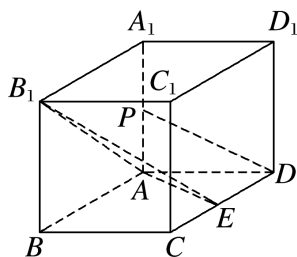
☒ 综合运用

- 11.** 已知  $\overrightarrow{AB} = (-3, 1, 2)$ , 平面  $\alpha$  的一个法向量为  $\boldsymbol{n} = (2, -2, 4)$ , 点  $A$  不在平面  $\alpha$  内, 则直线  $AB$  与平面  $\alpha$  的位置关系为 ( )
- A.  $AB \perp \alpha$                                       B.  $AB \subset \alpha$
- C.  $AB$  与  $\alpha$  相交但不垂直                  D.  $AB // \alpha$

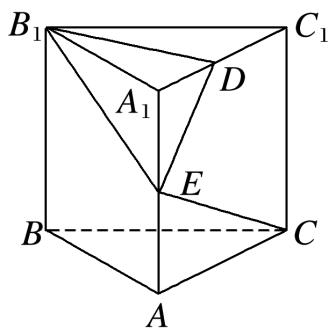
12. 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB \perp AD$ ,  $AC \perp CD$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $PA = AB = BC = 2$ ,  $E$  是  $PC$  的中点, 则  $CD$  与  $AE$  的位置关系 \_\_\_\_\_.



13. 如图, 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 = AD = 1$ ,  $E$  为  $CD$  的中点, 点  $P$  在棱  $AA_1$  上, 且  $DP \parallel$  平面  $B_1AE$ , 则  $AP$  的长为 \_\_\_\_\_.

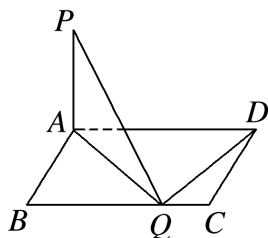


14. 如图所示, 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 底面是以  $\angle ABC$  为直角的等腰直角三角形,  $AC = 2a$ ,  $BB_1 = 3a$ ,  $D$  是  $A_1C_1$  的中点, 点  $E$  在棱  $AA_1$  上, 要使  $CE \perp$  平面  $B_1DE$ , 则  $AE =$  \_\_\_\_\_.

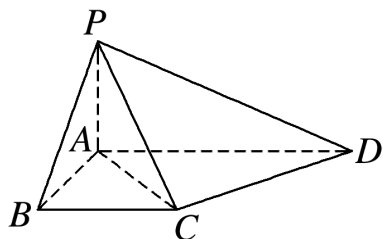


☑ 拓广探究

15. 如图, 已知矩形  $ABCD$ ,  $AB=1$ ,  $BC=a$ ,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 若在  $BC$  上只有一个点  $Q$  满足  $PQ \perp QD$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_.



16. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为直角梯形, 且  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABC = \angle PAD = 90^\circ$ , 侧面  $PAD \perp$  底面  $ABCD$ . 若  $PA = AB = BC = \frac{1}{2}AD$ .



- (1) 求证:  $CD \perp$  平面  $PAC$ ;
- (2) 侧棱  $PA$  上是否存在点  $E$ , 使得  $BE \parallel$  平面  $PCD$ ? 若存在, 指出点  $E$  的位置并证明; 若不存在, 请说明理由.

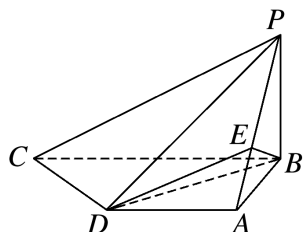
## 第一章章末检测试卷

(时间: 120 分钟 满分: 150 分)

## 一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

- 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} - \overrightarrow{D_1C_1}$  等于 ( )  
 A.  $\overrightarrow{AD_1}$                       B.  $\overrightarrow{AC_1}$                       C.  $\overrightarrow{AD}$                       D.  $\overrightarrow{AB}$
- 若直线  $l$  的方向向量为  $\boldsymbol{a}$ , 平面  $\alpha$  的法向量为  $\boldsymbol{\mu}$ , 则能使  $l \parallel \alpha$  的是 ( )  
 A.  $\boldsymbol{a} = (1, 0, 0), \boldsymbol{\mu} = (-2, 0, 0)$                       B.  $\boldsymbol{a} = (1, 3, 5), \boldsymbol{\mu} = (1, 0, 1)$   
 C.  $\boldsymbol{a} = (0, 2, 1), \boldsymbol{\mu} = (-1, 0, 1)$                       D.  $\boldsymbol{a} = (1, -1, 3), \boldsymbol{\mu} = (0, 3, 1)$
- 已知棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的上底面  $A_1B_1C_1D_1$  的中心为  $O_1$ , 则  $\overrightarrow{AO_1} \cdot \overrightarrow{AC}$  的值为 ( )  
 A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2
- 已知  $\triangle ABC$  的三个顶点为  $A(3, 3, 2), B(4, -3, 7), C(0, 5, 1)$ , 则  $BC$  边上的中线长为 ( )  
 A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5
- 若向量  $\boldsymbol{a} = (x, 4, 5), \boldsymbol{b} = (1, -2, 2)$ , 且  $\boldsymbol{a}$  与  $\boldsymbol{b}$  的夹角的余弦值为  $\frac{\sqrt{2}}{6}$ , 则  $x$  等于 ( )  
 A. 3                      B. -3                      C. -11                      D. 3 或 -11
- 平面  $\alpha$  的法向量  $\boldsymbol{u} = (x, 1, -2)$ , 平面  $\beta$  的法向量  $\boldsymbol{v} = (-1, y, \frac{1}{2})$ , 已知  $\alpha \parallel \beta$ , 则  $x + y$  等于 ( )  
 A.  $\frac{15}{4}$                       B.  $\frac{17}{4}$                       C. 3                      D.  $\frac{5}{2}$
- 已知平面  $\alpha$  内两向量  $\vec{\boldsymbol{a}} = (1, 1, 1), \vec{\boldsymbol{b}} = (0, 2, -1)$  且  $\vec{\boldsymbol{c}} = m\vec{\boldsymbol{a}} + n\vec{\boldsymbol{b}} + (4, -4, 1)$ . 若  $\boldsymbol{c}$  为平面  $\alpha$  的法向量, 则  $m, n$  的值分别为 ( )  
 A. -1, 2                      B. 1, -2                      C. 1, 2                      D. -1, -2

8. 如图,四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PB \perp$  平面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  为直角梯形,  $AD \parallel BC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $AB = AD = PB = 3$ , 点  $E$  在棱  $PA$  上, 且  $PE = 2EA$ , 则平面  $ABE$  与平面  $BED$  的夹角的余弦值为 ( )



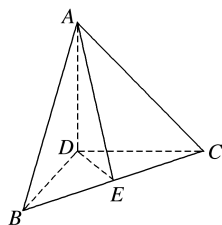
- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

二、多项选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的得 0 分)

9. 已知空间三点  $A(1, 0, 3)$ ,  $B(-1, 1, 4)$ ,  $C(2, -1, 3)$ . 若  $\overrightarrow{AP} \parallel \overrightarrow{BC}$ , 且  $|\overrightarrow{AP}| = \sqrt{14}$ , 则点  $P$  的坐标为 ( )

- A.  $(4, -2, 2)$       B.  $(-2, 2, 4)$       C.  $(-4, 2, -2)$       D.  $(2, -2, 4)$

10. 在三棱锥  $A-BCD$  中,  $DA, DB, DC$  两两垂直, 且  $DB = DC$ ,  $E$  为  $BC$  的中点, 则直线  $AE$  和  $BC$  ( )



- A. 垂直      B. 相交      C. 共面      D. 异面

11. 若直线  $l$  的方向向量为  $\vec{a} = (1, 0, 2)$ , 平面  $\alpha$  的法向量为  $\vec{n} = (-2, 0, -4)$ , 则 ( )

- A.  $l \parallel \alpha$       B.  $l \perp \alpha$       C.  $l \subset \alpha$       D.  $l$  与  $\alpha$  相交

12. 已知直线  $l$  过点  $P(1, 0, -1)$  且平行于向量  $\vec{a} = (2, 1, 1)$ , 平面  $\alpha$  过直线  $l$  与点  $M(1, 2, 3)$ , 则平面  $\alpha$  的法向量可能是 ( )

- A.  $(1, -4, 2)$       B.  $(\frac{1}{4}, -1, \frac{1}{2})$   
C.  $(-\frac{1}{4}, 1, -\frac{1}{2})$       D.  $(0, -1, 1)$

### 三、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,若点  $F$  是侧面  $CD_1$  的中心,

且  $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + m\overrightarrow{AB} - n\overrightarrow{AA_1}$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. 设平面  $\alpha$  的法向量为  $\mathbf{m} = (1, 2, -2)$ , 平面  $\beta$  的法向量为  $\mathbf{n} = (-2, -4, k)$ , 若  $\alpha \parallel \beta$ ,

则  $k =$  \_\_\_\_\_.

15. 在空间直角坐标系中有直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$ ,  $CA = CC_1 = 2CB$ , 则直线  $BC_1$  与直线  $AB_1$  所成角的余弦值为 \_\_\_\_\_.

16. 在棱长为1的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  为  $CC_1$  的中点,  $P, Q$  是正方体表面上相异两点, 满足  $BP \perp A_1E$ ,  $BQ \perp A_1E$ . (1) 若  $P, Q$  均在平面  $A_1B_1C_1D_1$  内,

则  $PQ$  与  $BD$  的位置关系是 \_\_\_\_\_; (2)  $|A_1P|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

(本题第一空2分, 第二空3分)

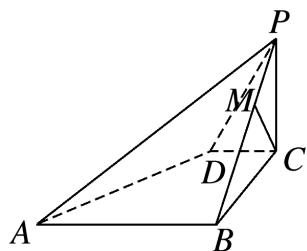
### 四. 解答题(本大题共6小题,共70分)

17. (10分) 已知  $\vec{a} = (x, 4, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, y, -1)$ ,  $\vec{c} = (3, -2, z)$ ,  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ,  $\vec{b} \perp \vec{c}$ , 求:

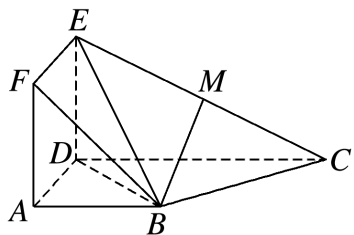
(1)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;

(2)  $\vec{a} + \vec{c}$  与  $\vec{b} + \vec{c}$  夹角的余弦值.

18. (12分) 如图所示, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PC \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PC = 2$ , 在四边形  $ABCD$  中,  $CD \parallel AB$ ,  $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $CD = 1$ , 点  $M$  在  $PB$  上, 且  $PB = 4PM$ ,  $\angle PBC = 30^\circ$ , 求证:  $CM \parallel$  平面  $PAD$ .



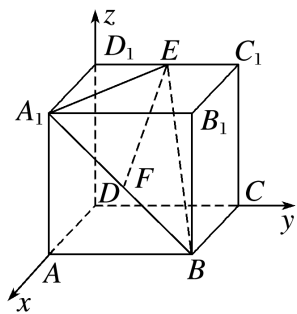
19. (12分) 如图, 正方形  $ADEF$  与梯形  $ABCD$  所在的平面互相垂直,  $AD \perp CD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = AD = 2$ ,  $CD = 4$ ,  $M$  为  $CE$  的中点.



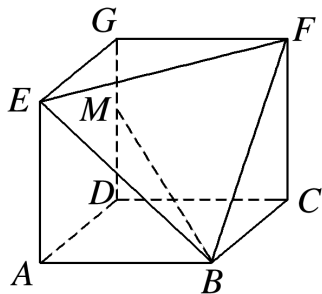
(1) 求证:  $BM \parallel$  平面  $ADEF$ ; (2) 求证:  $BC \perp$  平面  $BDE$ .

20. (12分) 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 底面  $ABC$  为正三角形, 且侧棱  $AA_1 \perp$  底面  $ABC$ , 且底面边长与侧棱长都等于 2,  $O, O_1$  分别为  $AC, A_1C_1$  的中点, 求平面  $AB_1O_1$  与平面  $BC_1O$  间的距离.

21. (12分) 如图, 在空间直角坐标系  $Dxyz$  中, 四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  为长方体,  $AA_1 = AB = 2AD$ , 点  $E, F$  分别为  $C_1D_1, A_1B$  的中点, 求平面  $B_1A_1B$  与平面  $A_1BE$  夹角的余弦值.



22. (12分) 如图所示, 已知几何体  $EFG - ABCD$ , 其中四边形  $ABCD, CDGF, ADGE$  均为正方形, 且边长为 1, 点  $M$  在边  $DG$  上.



- (1) 求证:  $BM \perp EF$ ;  
(2) 是否存在点  $M$ , 使得直线  $MB$  与平面  $BEF$  所成的角为  $45^\circ$ ? 若存在, 确定点  $M$  的位置; 若不存在, 请说明理由.