

普通高中课程标准实验教科书数学必修

第一章 集合与函数概念

1. 2 函数及其表示

§ 1. 2. 1 函数概念的教案说明

新疆乌鲁木齐八一中学 王丽娟

教学目标

知识要求目标：

- 1 正确理解函数的概念，能用集合与对应的语言刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用
- 2 通过大量实例理解构成函数的三个要素
- 3 掌握判定两个函数是否相等的方法

能力发展目标：

通过从实际问题中抽象概括出函数概念的活动，培养学生从“特殊到一般”的分析问题的能力，培养学生的抽象概括能力。

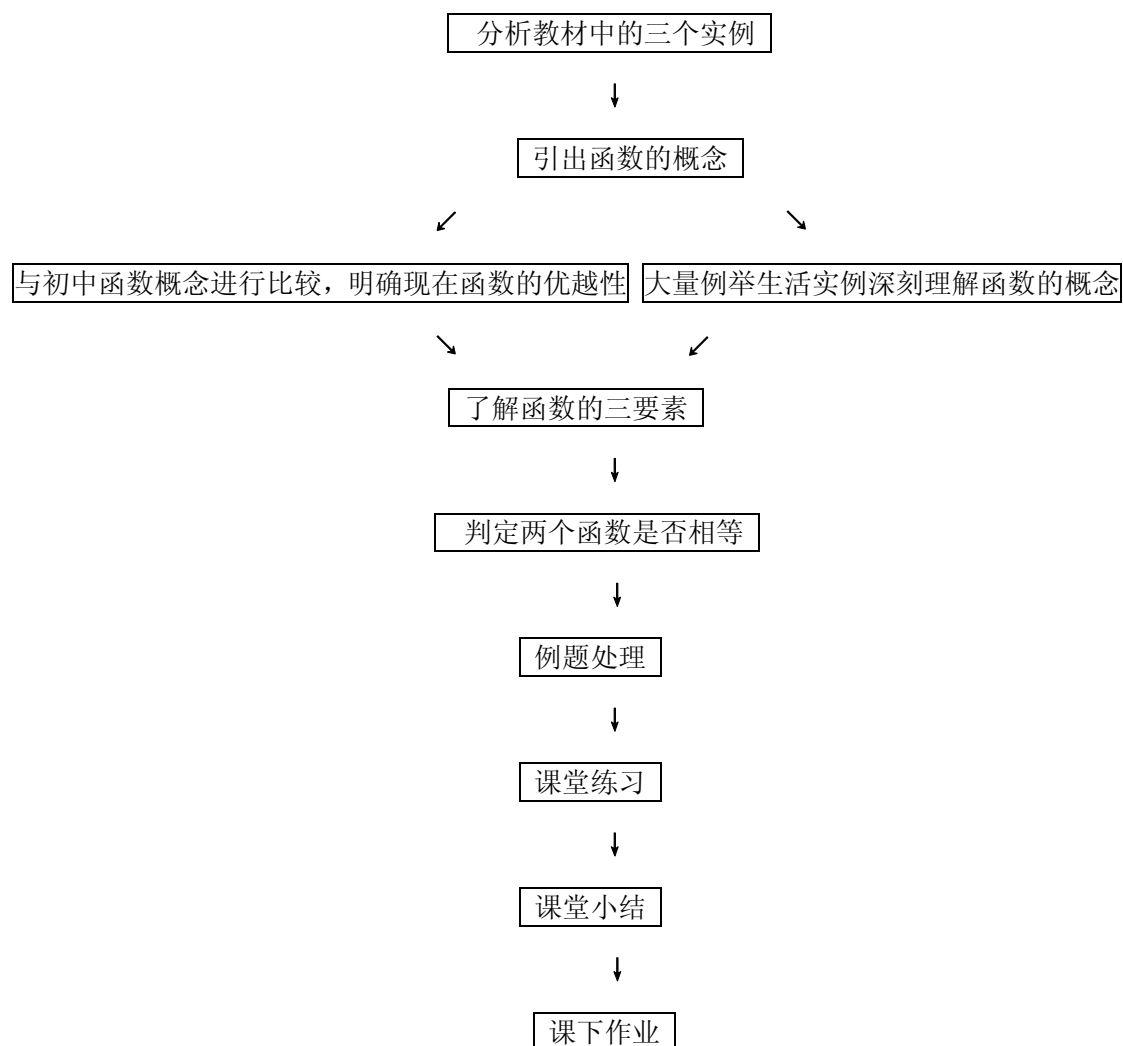
德育渗透目标：

让学生体会现实世界充满变化，要用发展的眼光看待问题。

教学重点：

函数的概念，函数的三要素。

教学导图：



教学难点：

函数概念的本质及符号 $y = f(x)$ 的理解

教学方法：

建构主义观点的教学方式，即通过大量实例，遵循“特殊到一般”的认识规律，提出问题，大胆猜想，确定方向，分组研究，尝试验证，归纳总结；通过搭建新概念与学生原有认识结构间的桥梁，使学生心理上得到认同，建立新的认识结构。

教学手段:

发挥计算机快捷, 生动, 形象, 人脑延续的特点, 提供直观的感性材料, 帮助学生实施研究方法, 激发并维持学习兴趣。

教学过程:

创设情景:

今天我们学习函数, 函数一词是德国数学家莱布尼兹首先采用的, 后经维布伦, 林纳用集合与对应的观点, 揭示了函数概念的本质, 我国清代数学家李善兰在翻译《代数学》时, 首先把“function”译成函数且给出定义“凡式中含天, 为天之函数”。所以我们今天学习的函数, 要感谢这些为数学奉献的数学家们。

复习回顾:

初中时我们已学过函数的概念: 在变化过程中, 有两个变量 x 和 y , 如果给定一个 x 值, 相应地也就确定了一个 y 值, 那么我们称 y 是 x 的函数, 其中 x 是自变量, y 是因变量, x 的取值范围叫定义域, y 的取值范围叫值域。

下面我们来看这样一个实例

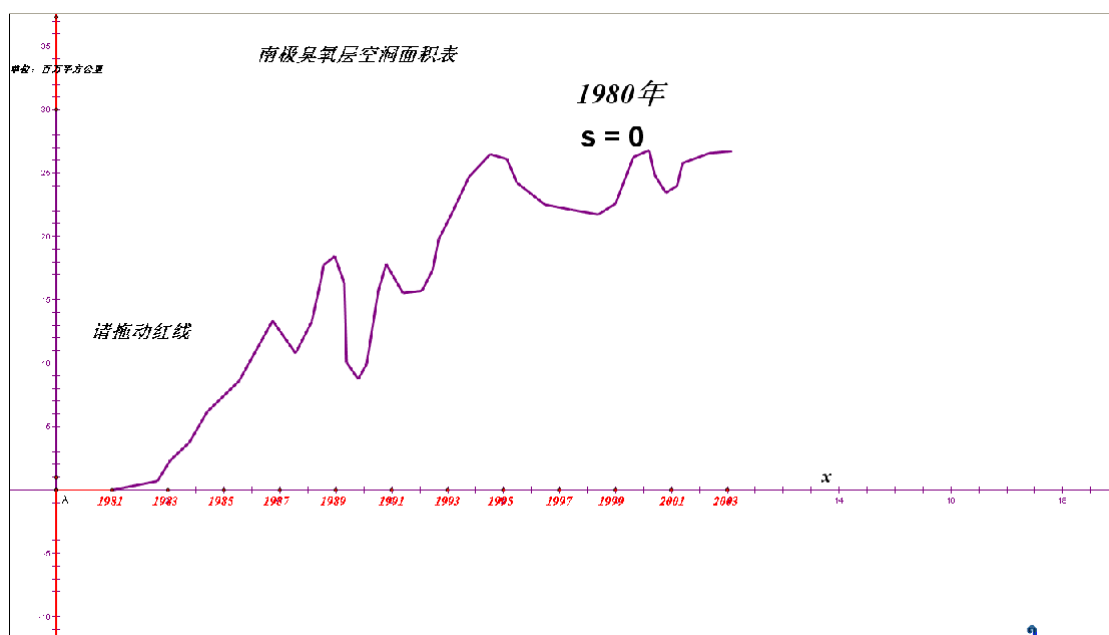
新课讲授:

实例(1)一枚炮弹发射后, 经过 26s 落到地面击中目标, 炮弹的射高为 845m, 且炮弹距地面的高度 h (单位: m) 随时间 t (单位: s) 变化的规律是 $h=130t-5t^2$

$$^2 \quad A=\{t \mid 0 \leq t \leq 26\}, B=\{h \mid 0 \leq h \leq 845\}$$

我们发现, 对于数集 A 中的任意一个时间 t , 按照对应关系 $h=130t-5t^2$, 在数集 B 中都有唯一确定的高度 h 和它对应, 满足函数定义, 应为函数。发现解析式可以用来刻画函数。

实例(2)近几年来, 大气层中的臭氧迅速减少, 因而出现了臭氧空洞问题, 图中曲线显示了南极上空臭氧层空洞的面积从 1979~2001 年的变化情况。



引导学生看图启发，从图中明显得知，对于数集 A 中的每一个时刻 t 都对应 t 时刻时曲线在该点的纵坐标。即在数集 B 中都有唯一确定的臭氧层空洞面积 s 与之对应，满足函数定义，也应为函数。发现图像也可以来刻画函数。

实例（3）国际上常用恩格尔系数反映一个国家人民生活质量的的高低，恩格尔系数越低，生活质量越高。表中恩格尔系数随时间（年）变化的情况表明，“八五”计划以来，我国城镇居民的生活质量发生了显著变化。

时间（年）	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
城镇居民家庭恩格尔系数(%)	53.8	52.9	50.1	49.9	49.9	48.6	46.4	44.5	41.9	39.2	37.9

若记 $A = \{t \mid 1991 \leq t \leq 2001 \text{ 且 } t \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{53.8, 52.9, \dots\}$

学生探讨交流发现，对于表格中的任意一个时间 t 都有唯一确定的恩格尔系数与之对应，即在数集 A 中的任意一个时间 t 在数集 B 中都有唯一确定的恩格尔系数与之对应，满足函数定义，应为函数。发现表格也可以用来刻画函数。

教师及时提问：这三个实例的不同点和共同点是什么？

学生认真思考，在教师启发点拨下，归纳总结

不同点：实例（1）用解析式刻画变量之间的对应关系

实例（2）同图像刻画变量之间的对应关系

实例（2）同表格刻画变量之间的对应关系

共同点：①都有两个非空数集

②两个数集间都有一种确定的对应关系，即按照这种对应关系对于集合 A 中任意一个数，在集合 B 中都有唯一确定的数与之对应。

因此，究其函数的本质，我们用集合和对应的观点给出函数全新的定义。

1.一般地，设 A、B 是非空的数集，如果按照某种确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的任意一个数 x，在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应，那么就称 $f:A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数。记作： $y = f(x)$ ， $x \in A$

引导学生深刻体会定义的要点和所满足的条件

强调：①函数首先是两个数集之间建立的对应

②对于 x 的每一个值，按照某种确定的对应关系 f，都有唯一的 y 值与它对应，这种对应应为数与数之间的一一对应或多一对应

③认真理解 $y = f(x)$ 的含义： $y = f(x)$ 是一个整体， $f(x)$ 并不表示 f 与 x 的乘积，它是一种符号，它可以是解析式，如实例（1）；也可以是图像，如实例（2）；也可以是表格，如实例（3）； $y = f(x)$ 如同一个加工厂，把输入的数 x，按照某种加工过程如解析式，图像，表格，加工成另外一个数值 y。

④x 叫自变量，x 的取值范围 A 叫做函数的定义域

y 叫函数值，y 的取值范围 $C = \{f(x) | x \in A\}$ 叫做函数的值域且 $C \subseteq B$

强调定义域，值域都是一个集合且值域是集合 B 的子集

引导学生举例说明为什么值域是集合 B 的子集

那么这个函数的定义与以往的函数定义有何区别和联系那？

引导学生思考，提高分析问题解决问题的能力

这两种定义实质上是一致的，即它们的定义域和值域的意义完全相同，对应关系本质也一样，只不过叙述的出发点不同，初中给出的定义是从运动变化的观点出发，其中对应关系是将自变量 x 的每一个取值与唯一确定的函数 y 对应起来；高中给出的定义是从集合对应的观点出发，其中的对应关系是将 A 集合中的任一

元素与 B 集合中的唯一确定的元素对应起来，这样定义逃脱了物理运动的束缚，更加完美。

教师再及时引导，既然函数是一个整体，那构成函数定义有几个要素分别是什么？

问题清晰，学生马上给出解答。

2.函数的三要素：定义域，值域和对应法则

强调三者缺一不可，但值域可由定义域和对应法则唯一确定。

如同加工厂中，原料确定，加工过程确定，最后加工后的产品也得以确定。

为加深对函数概念及函数定义三要素的理解，教师马上引导学生举出生活中的一些函数的实例，并指出函数的三要素。

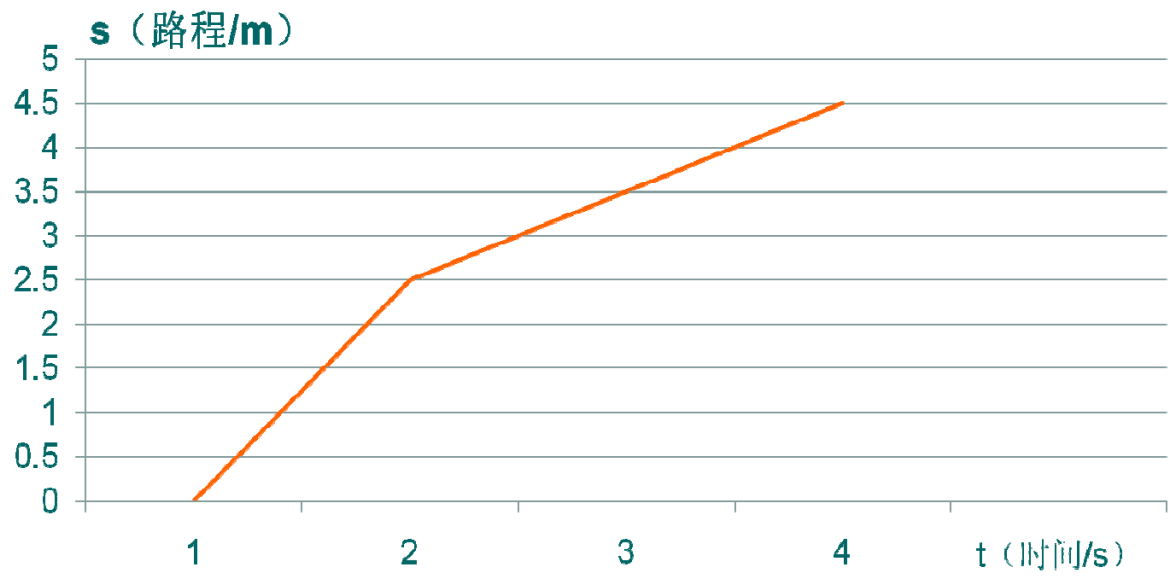
教师应给出适时评价，归纳并恰当鼓励，并展示例 1。

例1. 判断下列那些是函数

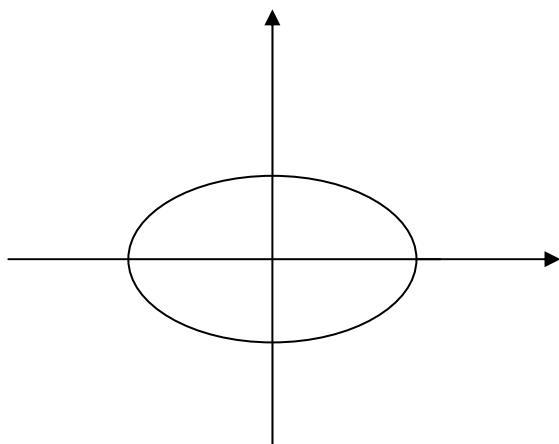
(1)

气压 ($10^5 Pa$)	0.5	1.0	2.0	5.0	10
沸点 ($^{\circ}C$)	81	100	121	152	179

(2)



(3)



(4)

$$y^2 = 2x \quad x \in \{x | x \geq 0\}$$

学生总结发现 (1) (2) 是函数 (3) (4) 不是函数

说明：并非所有的函数都是解析式，并非解析式都是函数，函数与解析式之间是既不充分也不必要的关系！

适时引导学生，既然 (1) (2) 均为函数，那么构成函数的三要素是什么？

让学生温故而知新，明确函数三要素的与作用。

引导学生发现，函数的三要素就确定了函数；教师及时提问：若两函数的三要素相同，这两个函数是什么关系那？

学生马上回答为相同函数，进而引出相同函数的判断方法、

3. 若两个函数的定义域和对应关系一致，则这两个函数为相等函数。

强调：值域由函数的定义域和对应关系唯一确定。

马上看题体会，展示了幻灯片

例2. 下例函数中哪个与函数 $y=x$ 相等

$$(1) y = (\sqrt{x})^2$$

$$(2) y = \sqrt[3]{x^3}$$

$$(3) y = \sqrt{x^2}$$

$$(4) y = \frac{x^2}{x}$$

教师分析 (1)，引导学生分析 (2) (3) (4)，强调问题解决的思路，切入点及叙述语言的精确性，教师给出即使评价。

课堂练习 P19.3

请同学单独回答，教师给出评价

课堂小结：教师带领学生再一次体会函数无处不在，理解函数的概念和函数的三要素，并会判断两个函数是否相等。

板书设计

函数	
1. 函数的定义	2. 函数的三要素
强调①	3. 判断两个函数是否相等
②	
③	
④	

作业设计：

1. 请找出至少 3 个生活中存在的函数关系的实例，并与同伴交流；指出函数三要素；请再找出一个生活实例，说明两个变量之间存在依赖关系，但不是函数关系
2. P24.2

第一章 集合与函数概念

1. 2 函数及其表示

§ 1. 2. 1 函数概念的教案说明

新疆乌鲁木齐八一中学 王丽娟

本课来自人民教育出版社出版的“普通高中新课程标准实验教科书”教学从修 1 的第一章。高中数学从修课有五个模块，四条主线组成，函数是其中一条非常重要的主线。我选的是 函数概念的开篇课，对概念的开篇课，一般难度系数较大，即要让学生建立起函数概念的数学模型，又要激发学生的兴趣，加强数学与实际生活的联系，体会数学是有用的。因此，我通过运动、天文，社会，交通等的大量实例来引入和理解函数概念，让学生深刻体会数学来源于生活且无处不在，我将从以下几个方面对我的教案进行说明。

一. 授课内容的数学本质与教学目标定位

1. 授课内容的教学本质：用集合对应的观点给出函数定义。函数概念的教学要从实际背景和定义两个方面帮助学生理解函数的本质，教学中可引导学生联系生活常识，尝试列举具体函数构建函数的一般定义。

2. 教学目标

知识要求目标：①正确理解函数的概念，能用集合与对应的语言刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用

②通过大量实例理解构成函数的三要素

③掌握判定两个函数是否相等的方法

能力发展目标：通过从实际问题中抽象概括函数概念的活动，培养学生从“特殊到一般”的分析问题的能力，培养学生的抽象概括能力。

德育渗透目标：让学生体会现实世界充满变化，要用发展的眼光看待问题

这三个目标的实现一是结合现实生活教师例举运动，自然界，经济生活中用三种不同方法表示的函数，既让学生感受函数的广泛应用，又可以使学生认识到函数的本质；二是学生亲自实践，培养学生自主学习，结合归纳的能力，引导学生思考，感受数学是有用的，与现实生活密切相关。

二. 内容分析

本节内容是在初中已学过的函数的初等概念基础上，借用上节集合和对应的观点重新对

函数给出定义，我们说重新给出函数定义是必要的。在初中时，我们用运动变化的观点给出函数定义，主要为物理学服务，如果只根据变量的观点，有些函数如 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in Q \\ 0, & x \in C_R Q \end{cases}$ 就很难进入深入研究，因此就选择利用集合与对应的观点来解释，十分自然，更具一般性。

我们说世界充满变化，书无处不在。数学来源于生活，又要走进生活为生活服务。函数作为一条主线，贯穿数学的始终，又与生活密切相关，主要表现：

在知识方面函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型。高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言来刻画函数，函数的思想方法将贯穿于高中数学课程的始终。

在思维方面函数的概念是抽象概括出的概念，通过大量的实例，培养学生从“特殊到一般”的综合归纳的能力，培养学生分析问题的能力，引导学生如何发现事物的本质，如何找到问题的突破口来解决问题。

与其他学科的联系函数无处不在。在物理学，天文学，社会科学现实生活中均有广泛的作用。如物理学中物体运动的时间位移图像，天文学中卫星运行时间的对应关系离地球的高度与公路交通相关的函数关系，心电图，股市，列车时刻表等等都是要借助函数解决问题。如果世界使一个千变万化的大魔方，那么函数就是体现变化核心的一面。

三. 教学诊断分析

本节课对函数概念的理解是难点。

初中时已建立了初等函数的概念，且已对基本初等函数一次函数、反比例函数、二次函数进行了简单的讨论。由于初中的函数概念是从运动的角度出发，且初中通常所学习的函数都有解析式，这就使学生误以为函数就是解析式，这是难点之一。本节课开篇先用三个实例引入，说明函数有一定的实际背景，且分别用解析式、图像、图表来刻画函数的对应关系，这就让学生打开了思路，函数并非就有解析式，现实生活存在的函数大多是解析式无法刻画的，这就突破了难点之一。

难点之二，如何引导学生发现函数的本质。此时教师应带领学生从三个实例出发，从书学的角度，从变量之间的依赖关系究其三个实例的共同点，抽象出函数的本质。

难点之三，如何理解函数符号 $y=f(x)$ ，其中的 $f(x)$ 表示函数值，而不是 f 与 x 的乘积，这里的 f 并不是一个字母，而是一种对应关系，一种数学语言。 $f(x)$ 是一个整体，表示自变量为 x 时在对应关系 f 下所确定的唯一数值为 y ，而这里的对

应关系 f 可以是解析式、图像、图表。 $y=f(x)$ 如一个加工厂，将数值 x 输入，通过一个变化过程，输入数值 y ，让学生联系生活，仔细体会函数的整体性。

难点之四，如何让学生加深理解并记忆函数的概念。此时应让学生自己开动脑筋，去挖掘身边大量的函数实例，再用函数的概念去分析变量之间的依赖关系，明确函数的三要素，引导学生多探讨、多交流，用一双发现数学美的眼睛去看待生活。

函数是数集与数集的对应，这一点很好理解，但极易出错。如学生举例，奥运会奖牌榜是国家到奖牌数的函数，这是错误的。国家并非数集，因此不满足函数的大前提，应及时纠正，强调函数是数集与数集的对应，也引导学生发散思维，若把国家编号，则就是函数。

易错点二，函数的对应关系强调一一对应或多一对应，强调函数的不可逆行。如实例 1 中，炮弹飞行的高度是时间的函数，但时间并非高度的函数，强调函数的方向性。

对于如何判断两个函数是否相等比较好的理解，关键是紧抓定义域和对应法则，对于定义域的求法，这节课不做深入研究，只会求简单的即可，下节课在做深入探讨。总之，函数无处不在，但也并非万能，还可以让学生举出现实社会的很多不是函数的实例，但经过人为数量化可转化为函数的问题。关键是让学生学会分析问题的方法，如何看待实际问题，将实际问题函数化，数字化。真正的让数学为生活服务。

四. 教法分析

建构主义观点的教学方式，即通过大量实例，遵循“特殊到一般”的认识规律，提出问题，大胆猜想，确定方向分组研究尝试验证，归纳总结，通过搭建新概念与学生原有认识结构间的桥梁，使学生在心理上得到认同，建立新的认识结构。

新课程要求教师由主导者变成引导者，看重“以学定教的”教育理念，把着眼点放在如何引导学生自主探索知识和作交流为主线，让学生经历数学知识的形成与应用过程，在大量实例的佐证下，多媒体的帮助下，让学生动脑、动口、动手加深对所学知识的理解，从而突破重难点。整节课围绕着现实生活，合作交流，观察分析，知识整合，巩固应用的动态生成过程，体现学生为主线的教学原则。

预期效果分析：在民主和谐的教学气氛中，促进学生的情感交流，培养学生对待知识的科学态度，勇于探索和创新的精神。使学生理解了函数的本质和函数的三要素，明确了函数在现实生活中无处不在。

五. 数学理论依据

本节课的教学设计力求体现新课程教学理论,把师生双方的关系看成是互为主体,互相依存,互相配合的关系。

以学生和谐发展为本,培养学生的创新精神和实践能力,遵循学生的认知规律,体现理论联系实际,循序渐进和因材施教的教学原则,通过大量实例激发兴趣,使学生在问题解决的探索过程中由学会走向会学,由被动走向主动,由课堂走向社会。