



排列组合 20 种模型方法归类



1. 目录

- 【题型一】基础:相邻与不相邻
- 【题型二】球放盒子:先分组后排列
- 【题型三】平均分配:医生与护士型
- 【题型四】特殊元素(位置)优先排
- 【题型五】模型 1:下电梯型
- 【题型六】模型 2:公交车模型
- 【题型七】模型 3:排课表
- 【题型八】模型 4:节假日值班
- 【题型九】模型 5:书架插书型(不改变顺序)
- 【题型十】模型 6:地图染色
- 【题型十一】模型 7:几何体染色
- 【题型十二】模型 8:相同元素
- 【题型十三】模型 9:停车位、空座位(相同元素)
- 【题型十四】模型 10:走路口(相同元素)
- 【题型十五】模型 11:上台阶(相同元素)
- 【题型十六】模型 12:“波浪数”型(高低站位)
- 【题型十七】模型 13:配对型
- 【题型十八】模型 14:电路图型
- 【题型十九】模型 15:机器人跳动型
- 【题型二十】难点:多重限制与分类讨论

真题再现

模拟检测

1. 热点题型归纳

题型一：基础：相邻与不相邻

【典例分析】

例 1 阳春三月，草长莺飞；丝绦拂堤，尽飘香玉。三个家庭的 3 位妈妈带着 3 名女宝和 2 名男宝共 8 人踏春。在沿行一条小溪时，为了安全起见，他们排队前进，三位母亲互不相邻照顾孩子；3 名女宝相邻且前排最前面也不排最后面；为了防止 2 名男宝打闹，2 人不相邻，且前排最前面也不排最后面。则不同的排法种数共有（ ）

A. 144 种

B. 216 种

C. 288 种

D. 432 种

方法归纳 【提分秘籍】

基本规律

相邻和不相邻排列：

(1) 相邻问题采取“捆绑法”；

(2) 不相邻问题采取“插空法”；

【变式演练】

题目 1 三名男生和三名女生站成一排照相，男生甲与男生乙相邻，且三名女生中恰好有两名女生相邻，则不同的站法共有

A. 72 种

B. 108 种

C. 36 种

D. 144 种

题目 2 在某班进行的歌唱比赛中，共有 5 位选手参加，其中 3 位女生，2 位男生。如果 2 位男生不能连着出场，且女生甲不能排在第一个，那么出场顺序的排法种数为

A. 30

B. 36

C. 60

D. 72

题目 3 现将 5 张连号的电影票分给甲乙等 5 个人，每人一张，且甲乙分得的电影票连号，则共有不同分法的种数为

A. 12

B. 24

C. 48

D. 60

题型二：球放盒子：先分组后排列

【典例分析】

例 1 我市拟向新疆哈密地区的三所中学派出 5 名教师支教，要求每所中学至少派遣一名教师，则不同的派出方法有

A. 300 种

B. 150 种

C. 120 种

D. 90 种

方法归纳 【提分秘籍】

基本规律

“球放盒子”类型,要讨论“用了几个盒子”,放了几个球。同一盒子放多个球时“只选不排”
注意分类套路不遗漏

【变式演练】

- 题目 1** 我们想把 9 张写着 1~9 的卡片放入三个不同盒子中,满足每个盒子中都有 3 张卡片,且存在两个盒子中卡片的数字之和相等,则不同的放法有 _____ 种.
- 题目 2** 将 5 个不同的小球全部放入编号为 1, 2, 3, 4 的四个盒子中,若每个盒子中所放的球的个数不大于其编号数,则共有 _____ 种不同的放法.
- 题目 3** 某小区因疫情需求,物业把招募的 5 名志愿者中分配到 3 处核酸采样点,每处采样点至少分配一名,则不同的分配方法共有 ()
- A. 150 种 B. 180 种 C. 200 种 D. 280 种

题型三: 平均分配: 医生与护士型

【典例分析】

- 例 1** 某医院分配 3 名医生 6 名护士紧急前往三个小区协助社区做核酸检测. 要求每个小区至少一名医生和至少一名护士. 问共有多少种分配方案? ()
- A. 3180 B. 3240 C. 3600 D. 3660

★方法归纳【提分秘籍】★

基本规律

平均分配思维:

1. 同除相同元素的组数全排列。
2. 如果限制条件少,可以以“盒”为单位一个一个“要人”,不在排列了

【变式演练】

- 题目 1** 袋中有 40 个小球,其中红色球 16 个、蓝色球 12 个,白色球 8 个,黄色球 4 个,从中随机抽取 10 个球作成一样本,则这个样本恰好是按分层抽样方法得到的概率为 ()
- A. $\frac{C_4^1 \cdot C_8^2 \cdot C_{12}^3 \cdot C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$ B. $\frac{C_4^2 \cdot C_8^1 \cdot C_{12}^3 \cdot C_{16}^4}{C_{40}^2}$ C. $\frac{C_4^2 \cdot C_8^1 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$ D. $\frac{C_4^1 \cdot C_8^3 \cdot C_{12}^4 \cdot C_{16}^2}{C_{40}^{10}}$
- 题目 2** 某高校大一新生中的 6 名同学打算参加学校组织的“雅荷文学社”、“青春风街舞社”、“羽乒协会”、“演讲团”、“吉他协会”五个社团,若每名同学必须参加且只能参加 1 个社团且每个社团至多两人参加,则这 6 个人中至多有 1 人参加“演讲团”的不同参加方法数为
- A. 4680 B. 4770 C. 5040 D. 5200
- 题目 3** 将 6 名志愿者分配到 3 个社区进行核酸检测志愿服务,若志愿者甲和乙必须在一起,且每个社区至少有一名志愿者,则不同的分配方案共有 ()

A. 150 种

B. 180 种

C. 360 种

D. 540 种

题型四：特殊元素(位置)优先排

【典例分析】

例 1 某学生将语文、数学、英语、物理、化学、生物 6 科的作业安排在周六、周日完成,要求每天至少完成两科,且数学、物理作业不在同一天完成,则完成作业的不同顺序种数为

A. 600

B. 812

C. 1200

D. 1632

方法归纳 【提分秘籍】

基本规律

元素有特殊要求,位置有特殊限制的类型,一般情况下,可以直接思维,也可以间接思维“正难则反”直接思维,可以从元素出发,特殊元素优先排,也可以从位置出发,特殊位置优先坐。

【变式演练】

题目 1 学校将从 4 名男生和 4 名女生中选出 4 人分别担任辩论赛中的一、二、三、四辩手,其中男生甲不适合担任一辩手,1. 女生乙不适合担任四辩手. 现要求:如果男生甲入选,则女生乙必须入选. 那么不同的组队形式有 _____ 种.

题目 2 从 6 名短跑运动员中选 4 人参加 4×100 米接力,如果其中甲不能跑第一棒,乙不能跑第四棒,则共有 _____ 多少种参赛方法(用数字作答).

题型五：模型 1:下电梯型

【典例分析】

例 1 电梯有 6 位乘客,在 5 层楼房的每一层停留,如果有两位乘客从同一层出去,另两位在同一层出去,最后两人各从不同的楼层出去,则不同的下楼方法的种类数是 ()

A. 1600

B. 2700

C. 5400

D. 10800

方法归纳 【提分秘籍】

基本规律

下电梯模型,实质就是“球放盒子”扩展应用。要分组讨论“谁和谁一起”,有没有“空盒子”。

【变式演练】

题目 1 有 3 人同时从底楼进入同一电梯,他们各自随机在第 2 至第 7 楼的任一楼走出电梯. 如果电梯正常运行,那么恰有两人在第 4 楼走出电梯的概率是 ()

A. $\frac{1}{72}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{5}{72}$

D. $\frac{5}{216}$

题目 2 甲、乙、丙 3 人从 1 楼乘电梯去商场的 3 到 9 楼,每层楼最多下 2 人,则下电梯的方法有

A. 210 种

B. 252 种

C. 343 种

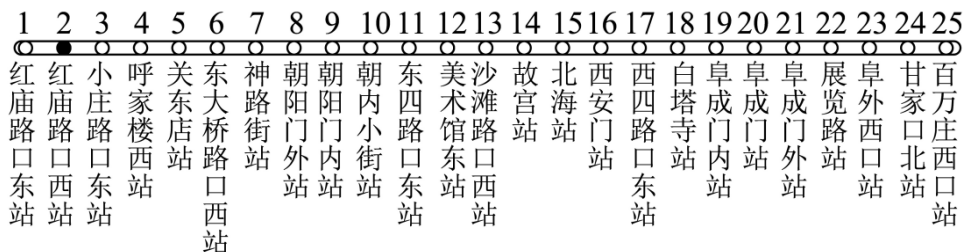
D. 336 种

题目 3 某大厦的一部电梯从底层出发后只能在第 17, 18, 19, 20 层停靠,若该电梯在底层有 5 个乘客,且每位乘客在这四层的每一层下电梯的概率为 $\frac{1}{4}$,用 ξ 表示 5 位乘客在第 20 层下电梯的人数,则 $P(\xi = 4) =$ _____.

题型六: 模型 2: 公交车模型

【典例分析】

例 1 北京公交 101 路是北京最早的无轨电车之一,最早可追溯至 1957 年. 游客甲与乙同时从红庙路口西站上开往百万庄西口站方向的 101 路公交车,甲将在朝阳门外站之前的任意一站下车,乙将在神路街站之前的任意一站下车,他们都至少坐一站再下车,则甲比乙后下车的概率为 ()



A. $\frac{7}{20}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{9}{20}$

D. $\frac{1}{2}$

方法归纳 【提分秘籍】

基本规律

和“下电梯”模型比较接近。

【变式演练】

题目 1 车上有 6 名乘客,沿途有 3 个车站,每名乘客可任选 1 个车站下车,则乘客不同的下车方法数为 ()

A. 6^3

B. 3^6

C. A_6^3

D. C_6^3

题目 2 有四位朋友于七夕那天乘坐高铁 G77 从武汉出发 (G77 只会在长沙、广州、深圳停),分别在每个停的站点至少下一个人,则不同的下车方案有 ()

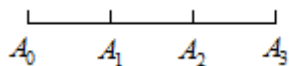
A. 24 种

B. 36 种

C. 81 种

D. 256 种

题目 3 某公交线路某区间内共设置四个站点 (如图),分别记为 A_0, A_1, A_2, A_3 ,现有甲、乙两人同时从 A_0 站点上车,且他们中的每个人在站点 $A_i (i = 0, 1, 2, 3)$ 下车是等可能的. 则甲、乙两人不在同一站点下车的概率为 ()



A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{1}{2}$

题型七: 模型 3: 排课表

【典例分析】

例 1 某校高二年级一班星期一上午有 4 节课, 现从语文、数学、英语、物理、历史和体育这 6 门学科中任选 4 门排在上午的课表中, 若前 2 节只能排语文、数学和英语, 数学课不能排在第 4 节, 体育只能排在第 4 节, 则不同的排法种数为 ()

A. 18

B. 48

C. 50

D. 54

★方法归纳 【提分秘籍】★

基本规律

排课表, 是属于多重限制条件下的“特殊元素优先排”模型, 综合运用:

元素相邻的排列问题 —— “捆绑法”;

元素相间的排列问题 —— “插空法”;

元素有顺序限制的排列问题 —— “除序法”;

(4) 带有“含”与“不含”“至多”“至少”的排列组合问题 —— 间接法.

【变式演练】

题目 1 某学校为高一年级排周一上午的课表, 共 5 节课, 需排语文 数学 英语 生物 地理各一节, 要求语文 英语之间恰排 1 门其它学科, 则不同的排法数是 ()

A. 18

B. 26

C. 36

D. 48

题目 2 某教师一天上 3 个班级的课, 每班上 1 节, 如果一天共 8 节课, 上午 5 节, 下午 3 节, 并且教师不能连上 3 节课 (第 5 节和第 6 节不算连上), 那么这位教师一天的课表的所有不同排法有 ()

A. 312 种

B. 300 种

C. 52 种

D. 50 种

题目 3 大庆实验中学安排某班级某天上午五节课课表, 语文 数学 外语 物理 化学各一节, 现要求数学和物理不相邻, 且都不排在第一节, 则课表排法的种数为 ()

A. 24

B. 36

C. 72

D. 144

题型八: 模型 4: 节假日值班

【典例分析】

例 1 甲、乙、丙三人是某商场的安保人员,根据值班需要甲连续工作 2 天后休息一天,乙连续工作 3 天后休息一天,丙连续工作 4 天后休息一天,已知 3 月 31 日这一天三人均休息,则 4 月份三人在同一天工作的概率为 ()

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{11}{30}$

D. $\frac{3}{10}$

【变式演练】

题目 1 2021 年 7 月 20 日郑州特大暴雨引发洪灾,各地志愿者积极赴郑州救灾.某志愿小组共 5 人,随机分配 4 人去值班,每人只需值班一天,若前两天每天 1 人,第三天 2 人,且其中的甲、乙两人不同在第三天值班,则满足条件的排法共有 ()

A. 72 种

B. 60 种

C. 54 种

D. 48 种

题目 2 某校安排甲、乙、丙三位老师担任五月一日至五月五日的值班工作,每天 1 人值班,每人不能连续两天值班,且每人都参与值班,则不同的安排方法共有 () 种

A. 14

B. 16

C. 42

D. 48

题目 3 某单位从 6 男 4 女共 10 名员工中,选出 3 男 2 女共 5 名员工,安排在周一到周五的 5 个夜晚值班,每名员工值一个夜班且不重复值班,其中女员工甲不能安排在星期一、星期二值班,男员工乙不能安排在星期二值班,其中男员工丙必须被选且必须安排在星期五值班,则 ()

A. 甲乙都不选的方案共有 432 种

B. 选甲不选乙的方案共有 216 种

C. 甲乙都选的方案共有 96 种

D. 这个单位安排夜晚值班的方案共有 1440 种

题型九: 模型 5: 书架插书型 (不改变顺序)



【典例分析】

例 1 书架上某一层有 5 本不同的书,新买了 3 本不同的书插进去,要保持原来 5 本书的顺序不变,则不同的插法种数为 ().

A. 60

B. 120

C. 336

D. 504



方法归纳

【提分秘籍】



基本规律

“书架插书法”模型,实质就是“定序”,可以模拟为书架插书:

1. 书要一本一本插入。

2. 所插入的书,还要注意是否相同,如果相同,则只选插入的缝隙,而不排列

【变式演练】

题目 1 书架上有排好顺序的 6 本书,如果保持这 6 本书的相对顺序不变,再放上 3 本书,则不同的放法共有 ().

A. 210 种

B. 252 种

C. 504 种

D. 505 种

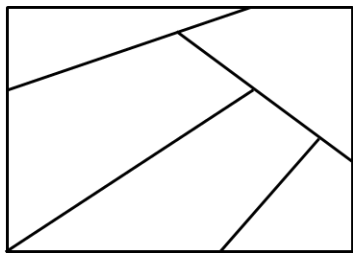
题目 2 某同学计划用他姓名的首字母 T, X , 身份证的后 4 位数字 (4 位数字都不同) 以及 3 个符号 α, β, θ 设置一个六位的密码. 若 T, X 必选, 且符号不能超过两个, 数字不能放在首位和末位, 字母和数字的相对顺序不变, 则他可设置的密码的种数为 ()

- A. 864 B. 1009 C. 1225 D. 1441

题型十: 模型 6: 地图染色

【典例分析】

例 1 在如图所示的 5 个区域内种植花卉, 每个区域种植 1 种花卉, 且相邻区域种植的花卉不同, 若有 6 种不同的花卉可供选择, 则不同的种植方法种数是 ()



- A. 1440 B. 720 C. 1920 D. 960

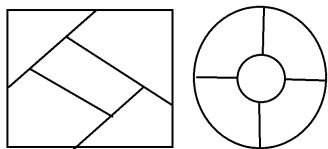
方法归纳 【提分秘籍】

基本规律

染色问题, 要从“颜色用了几种”, “地图有没有公用区域”方向考虑:

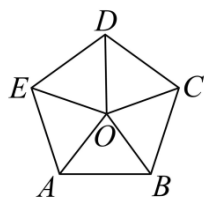
1. 用了几种颜色. 如果颜色没有全部用完, 就要有选色的步骤
2. 尽量先从公共相邻区域开始. 所以要观察“地图”是否可以“拓扑”转化

比如, 以下这两图, 就是“拓扑”一致的结构



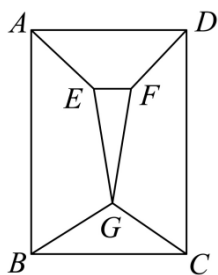
【变式演练】

题目 1 如图, 用五种不同的颜色给图中的 O, A, B, C, D, E 六个点涂色 (五种颜色不一定用完), 要求每个点涂一种颜色, 且图中每条线段的两个端点涂不同的颜色, 则不同的涂法种数是 ()



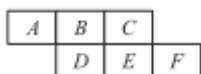
- A. 480 B. 720 C. 1080 D. 1200

题目 2 如图,用四种不同的颜色给图中的 A, B, C, D, E, F, G 七个点涂色,要求每个点涂一种颜色,且图中每条线段的两个端点涂不同颜色,则不同的涂色方法有 ()



- A. 192 B. 336 C. 600 D. 以上答案均不对

题目 3 用五种不同的颜色给图中 $ABCDEF$ 六个小长方形区域涂色,要求颜色齐全且有公共边的区域颜色不同,则共有涂色方法



- A. 720 种 B. 840 种 C. 960 种 D. 1080 种

题型十一: 模型 7: 几何体染色

【典例分析】

例 1 用五种不同颜色给三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的六个顶点涂色,要求每个顶点涂一种颜色,且每条棱的两个顶点涂不同颜色,则不同的涂法有 ()

- A. 840 种 B. 1200 种 C. 1800 种 D. 1920 种

★ 方法归纳 【提分秘籍】 ★

基本规律

立体型结构,可以“拍扁了”,“拓扑”为平面型染色,这是几何体染色的小技巧
所以注意这类图形之间的互相转化

【变式演练】

题目 1 正方体六个面上分别标有 A, B, C, D, E, F 六个字母,现用 5 种不同的颜色给此正方体六个面染色,要求有公共棱的面不能染同一种颜色,则不同的染色方案有 () 种.

- A. 420 B. 600 C. 720 D. 780

题目 2

过三棱柱中任意两个顶点连线作直线,在所有这些直线连线中构成异面直线的对数为 ()

- A. 18 B. 30 C. 36 D. 54

题目 3 给正方体的八个顶点涂色,要求同一条棱的两个端点不同色,现有三种颜色可供选择,不同的涂色方法有 _____ 种.

题型十二：模型 8：相同元素

【典例分析】

例 1 将 1 个参加青少年科技创新大赛的名额分配给 3 个学校,要求每校至少有一个名额且各校分配的名额互不相等,则不同的分配方法种数为 ()

A. 96

B. 114

C. 128

D. 136

方法归纳 【提分秘籍】

基本规律

相同元素无排列,可以用挡板法解决,可以以先排不相同元素,再放上相同元素(反过来也行,区别是先放相同元素,此时是只选不排)

【变式演练】

题目 1 有 7 张卡片分别写有数字 1,1,1,2,2,3,4,从中任取 4 张,可排出不同的四位数个数为

A. 78

B. 102

C. 114

D. 120

题目 2 由 1,1,2,2,3,3,4,4 可组成不同的四位数的个数为 _____.

题目 3 把 a, a, a, b, b, a, β 排成一排,要求三个“ a ”两两不相邻,且两个“ b ”也不相邻,则这样的排法共有 _____ 种.

题型十三：模型 9：停车位、空座位(相同元素)

【典例分析】

例 1 某停车场只有并排的 8 个停车位,恰好全部空闲,现有 3 辆汽车依次驶入,并且随机停放在不同车位,则至少有 2 辆汽车停放在相邻车位的概率是

A. $\frac{5}{14}$ B. $\frac{15}{28}$ C. $\frac{9}{14}$ D. $\frac{6}{7}$

方法归纳 【提分秘籍】

基本规律

空车位,就是相同元素,如果多个空车位连在一起,就不是“相同元素了”。所以有多个空车位连你在一起,要先选后排。

【变式演练】

题目 1 现有一排 10 个位置的空停车场,甲、乙、丙三辆不同的车去停放,要求每辆车左右两边都有空车位且甲车在乙、丙两车之间的停放方式共有 _____ 种.

题目 2 . 某校共有 7 个车位,现要停放 3 辆不同的汽车,若要求 4 个空位必须都相邻,则不同的停放方法共

有 ()

A. 16 种

B. 18 种

C. 24 种

D. 32 种

题目 3 某电影院第一排共有 9 个座位, 现有 3 名观众前来就座, 若他们每两人都不能相邻, 且要求每人左右至多两个空位, 则不同的坐法共有

A. 36 种

B. 42 种

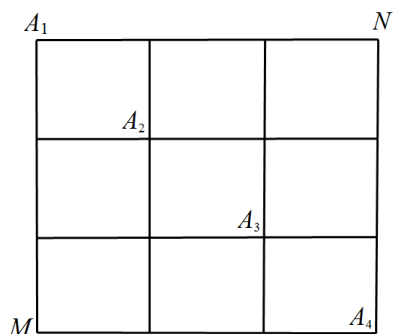
C. 48 种

D. 96 种

题型十四: 模型 10: 走路口 (相同元素)

【典例分析】

例 1 如图, 在某城市中, M 、 N 两地之间有整齐的方格形道路网, 其中 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 是道路网中位于一条对角线上的 4 个交汇处, 今在道路网 M 、 N 处的甲、乙两人分别要到 N 、 M 处, 他们分别随机地选择一条沿街的最短路径, 以相同的速度同时出发, 直到到达 N 、 M 处为止, 则下列说法错误的是 ()



A. 甲从 M 必须经过 A_2 到达 N 处的方法有 9 种

B. 甲、乙两人相遇的概率为 $\frac{81}{100}$

C. 甲、乙两人在 A_2 处相遇的概率为 $\frac{81}{400}$

D. 甲从 M 到达 N 处的方法有 20 种

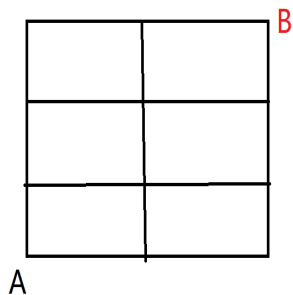
★方法归纳【提分秘籍】★

基本规律

“走路空”模型, 一般情况下, 可以借助“数字化法”, 把路口转化为相同数字来进行排列。

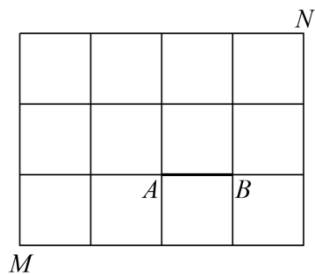
比如, 向右, 定为数字 1, 向上, 定为数字 2,

如下图, 从 A 到 B , 只向右和向上, 那么向右 2 步, 向上 3 步, 可以理解为数字 1, 1, 2, 2, 2 五个数字全排列, 那么只选不排, 相当于五个位置, 先放三个 2, 共有 C_5^3 种放法,



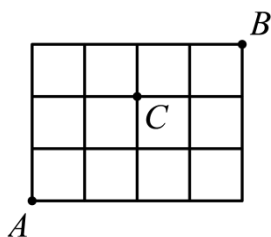
【变式演练】

题目 1 夏老师从家到学校,可以选择走锦绣路、杨高路、张杨路或者浦东大道,由于夏老师不知道杨高路有一段在修路导致第一天上班就迟到了,所以夏老师决定以后要绕开那段维修的路,如图,假设夏老师家在 M 处,学校在 N 处, AB 段正在修路要绕开,则夏老师从家到学校的最短路径有 () 条.



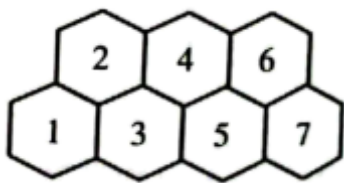
- A. 23 B. 24 C. 25 D. 26

题目 2 如图,小明从街道的 A 处出发,选择最短路径到达 B 处参加志愿者活动,在小明从 A 处到达 B 处的过程中,途径 C 处的概率为 ()



- A. $\frac{10}{63}$ B. $\frac{30}{63}$ C. $\frac{6}{35}$ D. $\frac{18}{35}$

题目 3 如图,一次移动是指:从某一格开始只能移动到邻近的一格,并且总是向右或右上或右下移动,而一条移动路线由若干次移动构成,如 $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ 就是一条移动路线,则从数字“1”到“7”,漏掉两个数字的移动路线条数为 ()



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

题型十五: 模型 11: 上台阶 (相同元素)

【典例分析】

例 1 有一道楼梯共 10 阶,小王同学要登上这道楼梯,登楼梯时每步随机选择一步一阶或一步两阶,小王同学 7 步登完楼梯的概率为 _____.

方法归纳 **【提分秘籍】**
基本规律

“上台阶”模型,也可以如“走路口”模型一样,转化为“数字化法”,一步 n 级台阶,可以记为数字 n ,然后总台阶可以借助“不定方程”计算。

【变式演练】

题目 1 某幢楼从二楼到三楼的楼梯共 10 级,上楼可以一步上一级,也可以一步上两级,若规定从二楼到三楼用 8 步走完,则方法有 ()

- A. 45 种 B. 36 种 C. 28 种 D. 25 种

题目 2 共有 10 级台阶,某人一步可跨一级台阶,也可跨两级台阶或三级台阶,则他恰好 6 步上完台阶的方法种数是 ()

- A. 30 B. 90 C. 75 D. 60

题目 3 某人从上一层到二层需跨 10 级台阶. 他一步可能跨 1 级台阶,称为一阶步,也可能跨 2 级台阶,称为二阶步,最多能跨 3 级台阶,称为三阶步. 从一层上到二层他总共跨了 6 步,而且任何相邻两步均不同阶. 则他从一层到二层可能的不同过程共有 () 种.

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

题型十六: 模型 12: “波浪数”型 (高低站位)

【典例分析】

例 1 在给某小区的花园绿化时,绿化工人需要将 6 棵高矮不同的小树在花园中栽成前后两排,每排 3 棵,则后排的每棵小树都对应比它前排每棵小树高的概率是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{12}$

★ 方法归纳 【提分秘籍】 ★

基本规律

“波浪数”主要方法是分类讨论。不重复不遗漏

【变式演练】

题目 1 因演出需要,身高互不相等的 8 名演员要排成一排成一个“波浪形”,即演员们的身高从最左边数起:第一个到第三个依次递增,第三个到第六个依次递减,第六、七、八个依次递增,则不同的排列方式有 () 种.

- A. 181 B. 109 C. 84 D. 96

题目 2 由 1, 2, 3, 4, 5 组成的没有重复数字的五位数,从中任意抽取一个,则其恰好为“前 3 个数字保持递

减,后3个数字保持递增”(如五位数“43125”,前3个数字“431”保持递减,后3个数字“125”保持递增)的概率是()

- A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{6}$

题目 3 几只猴子在一棵枯树上玩耍,假设它们均不慎失足下落,已知:(1)甲在下落的过程中依次撞击到树枝 A, B, C ; (2)乙在下落的过程中依次撞击到树枝 D, E, F ; (3)丙在下落的过程中依次撞击到树枝 G, A, C ; (4)丁在下落的过程中依次撞击到树枝 B, D, H ; (5)戊在下落的过程中依次撞击到树枝 I, C, E , 则这九棵树枝从高到低不同的顺序共有()

- A. 23 B. 24 C. 32 D. 33

题型十七: 模型 13: 配对型

【典例分析】

例 1 新冠疫情期间,网上购物成为主流. 因保管不善,五个快递 $ABCDE$ 上送货地址模糊不清,但快递小哥记得这五个快递应分别送去甲乙丙丁戊五个地方,全部送错的概率是()

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{11}{30}$ D. $\frac{2}{5}$

★方法归纳 【提分秘籍】★

基本规律

“配对型”模型,一般从这几方面入手:

1. 树图法,详细的分类讨论
2. 先选后排。把“配对”的弦选出开,配错的,可以树图法写出来

【变式演练】

题目 1 . 由5双不同的鞋中任取4只,其中至少有两只配成一双的取法共有()

- A. 130 种 B. 140 种 C. 250 种 D. 205 种

题目 2 柜子里有3双不同的鞋,随机地取出2只,取出的鞋一只是左脚的,一只是右脚的,但它们不成对的概率是()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{1}{4}$

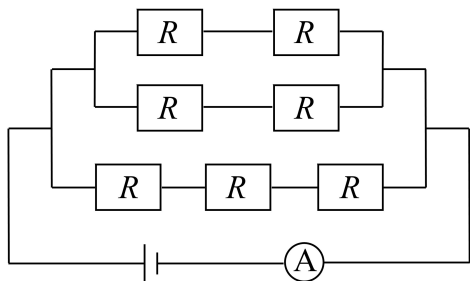
题目 3 一对夫妇带着他们的两个小孩一起去坐缆车,他们随机地坐在了一排且连在一起的4个座位上(一人一座). 为安全起见,管理方要求每个小孩旁边要有家长相邻陪坐,则他们4人的坐法符合安全规定的概率是()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

题型十八：模型 14：电路图型

【典例分析】

例 1 如图，电路中共有 7 个电阻与一个电灯 A ，若灯 A 不亮，则因电阻断路的可能性的种数为 ()



A. 12

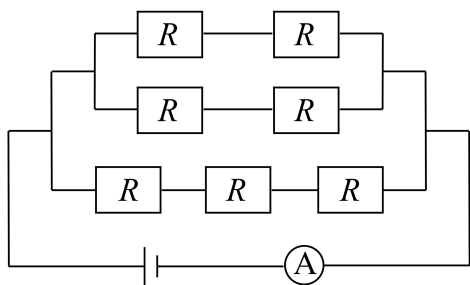
B. 28

C. 54

D. 63

【变式演练】

题目 1 如图，电路中共有 7 个电阻与一个电灯 A ，若灯 A 不亮，则因电阻断路的可能性的种数为 ()



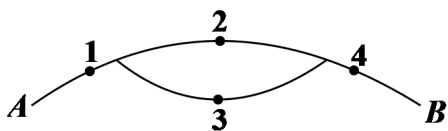
A. 12

B. 28

C. 54

D. 63

题目 2 如图所示，在 A, B 间有四个焊接点 1, 2, 3, 4，若焊接点脱落导致断路，则电路不通，则焊接点脱落的不通情况有 () 种.



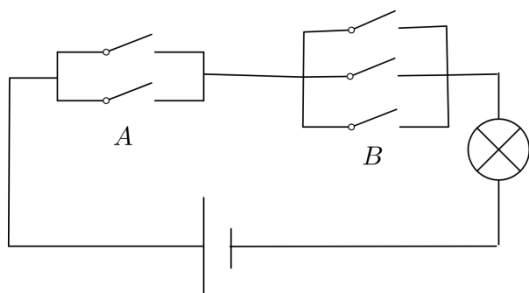
A. 9

B. 11

C. 13

D. 15

题目 3 如图，在由开关组 A 与 B 组成的电路中，闭合开关使灯发光的方法有 () 种



A. 6

B. 5

C. 18

D. 21

题型十九：模型 15：机器人跳动型

【典例分析】

例 1 一只小青蛙位于数轴上的原点处，小青蛙每一次具有只向左或只向右跳动一个单位或者两个单位距离的能力，且每次跳动至少一个单位. 若小青蛙经过 5 次跳动后，停在数轴上实数 2 位于的点处，则小青蛙不同的跳动方式共有种.

A. 105

B. 95

C. 85

D. 75

【变式演练】

题目 1 一只小蜜蜂位于数轴上的原点处，小蜜蜂每一次具有只向左或只向右飞行一个单位或者两个单位距离的能力，且每次飞行至少一个单位. 若小蜜蜂经过 5 次飞行后，停在数轴上实数 3 位于的点处，则小蜜蜂不同的飞行方式有多少种？

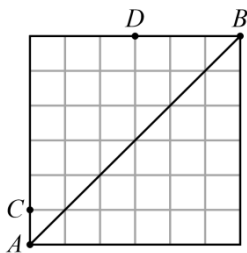
A. 5

B. 25

C. 55

D. 75

题目 2 如图，由 $6 \times 6 = 36$ 个边长为 1 个单位的小正方形组成一个大正方形. 某机器人从 C 点出发，沿若小正方形的边走到 D 点，每次可以向右走一个单位或者向上走一个单位. 如果要求机器人不能接触到线段 AB ，那么不同的走法共有 _____ 种.



题目 3 动点 M 位于数轴上的原点处， M 每一次可以沿数轴向左或者向右跳动，每次可跳动 1 个单位或者 2 个单位的距离，且每次至少跳动 1 个单位的距离. 经过 3 次跳动后， M 在数轴上可能位置的个数为 ()

A. 7

B. 9

C. 11

D. 13

题型二十：难点：多重限制与分类讨论

【典例分析】

例 1 小林同学喜欢吃 4 种坚果：核桃、腰果、杏仁、榛子，他有 5 种颜色的“每日坚果”袋. 每个袋子中至少装 1 种坚果，至多装 4 种坚果. 小林同学希望五个袋子中所装坚果种类各不相同，且每一种坚果在袋子中出现的总次数均为偶数，那么不同的方案数为 ()

A. 20160

B. 20220

C. 20280

D. 20340

★方法归纳【提分秘籍】★

基本规律

多重限制条件，是排列组合各种方法的综合运用

1. 直接法：把符合条件的排列数直接列式计算；

2. 优先法: 优先安排特殊元素或特殊位置;
3. 捆绑法: 把相邻元素看作一个整体与其他元素一起排列, 同时注意捆绑元素的内部排列;
4. 插空法: 对不相邻问题, 先考虑不受限制的元素的排列, 再将不相邻的元素插在前面元素排列的空当中;
5. 定序问题除法处理: 对于定序问题, 可先不考虑顺序限制, 排列后, 再除以定序元素的全排列;
6. 间接法: 正难则反、等价转化的方法.

【变式演练】

题目 1 “迎冬奥, 跨新年, 向未来”, 水球中学将开展自由式滑雪接力赛. 自由式滑雪接力赛设有空中技巧、雪上技巧和雪上芭蕾三个项目, 参赛选手每人展示其中一个项目. 现安排两名男生和两名女生组队参赛, 若要求相邻出场选手展示不同项目, 女生中至少一人展示雪上芭蕾项目, 且三个项目均有所展示, 则共有 _____ 种出场顺序与项目展示方案. (用数字作答)

题目 2 罗马数字是欧洲在阿拉伯数字传入之前使用的一种数码, 它的产生标志着一种古代文明的进步. 罗马数字的表示法如下:

数字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
形式	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX

其中“ I ”需要 1 根火柴, “ V ”与“ X ”需要 2 根火柴, 若为 0, 则用空位表示. (如 123 表示为



, 405 表示为



) 如果把 6 根火柴以适当的方式全部放入下面的表格中, 那么可以表示的不同的三位数的个数为 ()



A. 87 B. 95 C. 100 D. 103

题目 3 某学校要安排 2 位数学老师、2 位英语老师和 1 位化学老师分别担任高三年级中 5 个不同班级的班主任, 每个班级安排 1 个班主任. 由于某种原因, 数学老师不担任 A 班的班主任, 英语老师不担任 B 班的班主任, 化学老师不担任 C 班和 D 班的班主任, 则共有 _____ 种不同的安排方法. (用数字作答).



题目 1 (辽宁·高考真题) 设袋中有 80 个红球, 20 个白球, 若从袋中任取 10 个球, 则其中恰有 6 个红球的概率为 ()

A. $\frac{C_{80}^4 \cdot C_{20}^6}{C_{100}^{10}}$

B. $\frac{C_{80}^6 \cdot C_{20}^4}{C_{100}^{10}}$

C. $\frac{C_{80}^4 \cdot C_{20}^6}{C_{100}^{10}}$

D. $\frac{C_{80}^6 \cdot C_{20}^4}{C_{100}^{10}}$

题目 2 (全国·高考真题(文)) 将 1, 2, 3 填入 3×3 的方格中, 要求每行、每列都没有重复数字, 下面是一种填法, 则不同的填写方法共有 ()

1	2	3
3	1	2
2	3	1

- A. 6 种 B. 12 种 C. 24 种 D. 48 种

题目 3 (北京·高考真题(文)) 某班新年联欢会原定的 5 个节目已排成节目单, 开演前又增加了两个新节目. 如果将这两个节目插入原节目单中, 且两个新节目不相邻, 那么不同插法的种数为 ()

- A. 6 B. 12 C. 15 D. 30

题目 4 (·全国·高考真题(文)) 2 名医生和 4 名护士被分配到 2 所学校为学生体检, 每校分配 1 名医生和 2 名护士, 不同的分配方法共有 ()

- A. 6 种 B. 12 种 C. 18 种 D. 24 种

题目 5 (全国·高考真题(文)) 元旦来临之际, 某寝室四人各写一张贺卡, 先集中起来, 然后每人从中拿一张别人送出的贺卡, 则四张贺卡不同的分配方式有 ()

- A. 6 种 B. 9 种 C. 11 种 D. 23 种

题目 6 (2022·全国·高考真题) 有甲、乙、丙、丁、戊 5 名同学站成一排参加文艺汇演, 若甲不站在两端, 丙和丁相邻, 则不同排列方式共有 ()

- A. 12 种 B. 24 种 C. 36 种 D. 48 种

题目 7 (·全国·高考真题(文)) 5 位同学报名参加两个课外活动小组, 每位同学限报其中的一个小组, 则不同报名方法有 ()

- A. 10 种 B. 20 种 C. 25 种 D. 32 种

题目 8 (·全国·高考真题) 某小组共有 10 名学生, 其中女生 3 名, 现选举 2 名代表, 则至少有 1 名女生当选的不同的选法有 ()

- A. 27 种 B. 48 种 C. 21 种 D. 24 种

题目 9 (山东·高考真题) 现从 4 名男生和 3 名女生中, 任选 3 名男生和 2 名女生, 分别担任 5 门不同学科的课代表, 则不同安排方法的种数是 ()

- A. 12 B. 120 C. 1440 D. 17280

题目 10 (2021·全国·高考真题(理)) 将 5 名北京冬奥会志愿者分配到花样滑冰、短道速滑、冰球和冰壶 4 个项目进行培训, 每名志愿者只分配到 1 个项目, 每个项目至少分配 1 名志愿者, 则不同的分配方案共有 ()

- A. 60 种 B. 120 种 C. 240 种 D. 480 种

题目 11 (2021·全国·高考真题(文)) 将 3 个 1 和 2 个 0 随机排成一行, 则 2 个 0 不相邻的概率为 ()

- A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8

题目 12 (2020·海南·高考真题) 要安排 3 名学生到 2 个乡村做志愿者, 每名学生只能选择去一个村, 每个村里至少有一名志愿者, 则不同的安排方法共有 ()

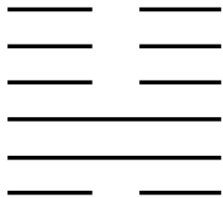
A. 2 种

B. 3 种

C. 6 种

D. 8 种

题目 13 (2019·全国·高考真题(理)) 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化. 每一“重卦”由从下到上排列的 6 个爻组成, 爻分为阳爻“—”和阴爻“--”, 如图就是一重卦. 在所有重卦中随机取一重卦, 则该重卦恰有 3 个阳爻的概率是

A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{11}{32}$ C. $\frac{21}{32}$ D. $\frac{11}{16}$ 

题目 1 在新型冠状病毒肺炎疫情防控期间, 社区有 5 名医务人员到某学校的高一、高二、高三 3 个年级协助防控和宣传工作. 若每个年级至少分配 1 名医务人员, 则不同的分配方法有 ()

A. 25 种

B. 50 种

C. 300 种

D. 150 种

题目 2 编号为 1, 2, 3 的三位学生随意坐入编号为 1, 2, 3 的三个座位, 每个座位坐一位学生, 则三位学生所坐的座位号与学生的编号恰好都不同的概率是 ()

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{5}{6}$

题目 3 某地为遏制新冠肺炎病毒传播, 要安排 3 个核酸采样队到 2 个中风险小区做核酸采样, 每个核酸采样队只能选择去一个中风险小区, 每个中风险小区里至少有一个核酸采样队, 则不同的安排方法共有 ()

A. 2 种

B. 3 种

C. 6 种

D. 8 种

题目 4 某班 9 名同学参加植树活动, 若将 9 名同学分成挖土、植树、浇水 3 个小组, 每组 3 人, 则甲、乙、丙任何 2 人在不同小组的安排方法的种数为 ()

A. 90

B. 180

C. 540

D. 3240

题目 5 有 2 个人在一座 8 层大楼的底层进入电梯, 假设每一个人自第二层开始在每一层离开电梯是等可能的, 则这 2 个人在不同层离开电梯的概率是 ()

A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{6}{7}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

题目 6 有 6 本不同的书, 按下列方式进行分配, 其中分配种数正确的是 ()

A. 分给甲、乙、丙三人, 每人各 2 本, 有 15 种分法;

B. 分给甲、乙、丙三人中, 一人 4 本, 另两人各 1 本, 有 180 种分法;

C. 分给甲乙每人各 2 本, 分给丙丁每人各 1 本, 共有 90 种分法;

D. 分给甲乙丙丁四人, 有两人各 2 本, 另两人各 1 本, 有 1080 种分法;

题目 7 入冬以来,梁老师准备了4个不同的烤火炉,全部分发给1,2,3楼的三个办公室(每层楼各有一个办公室).1,2楼的老师反映办公室有点冷,所以1,2楼的每个办公室至少需要1个烤火队,3楼老师表示不要也可以.则梁老师共有多少种分发烤火炉的方法()

- A. 108 B. 36 C. 50 D. 86

题目 8 现有甲 乙 丙 丁 戊五位同学,分别带着 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五个不同的礼物参加“抽盲盒”学游戏,先将五个礼物分别放入五个相同的盒子里,每位同学再分别随机抽取一个盒子,恰有一位同学拿到自己礼物的概率为()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{3}{8}$

题目 9 某校高二年级共有10个班级,5位教学教师,每位教师教两个班级,其中姜老师一定教1班,张老师一定教3班,王老师一定教8班,秋老师至少教9班和10班中的一个班,曲老师不教2班和6班,王老师不教5班,则不同的排课方法种数 _____.

题目 10 若方程 $x_1+x_2+x_3+x_4=8$, 其中 $x_2=2$, 则方程的正整数解得个数为 _____.

题目 11 现安排甲、乙、丙、丁、戊5名同学参加某志愿者服务活动,每人从事翻译、导游、礼仪、司机四项工作之一,每项工作至少有一人参加.甲、乙不会开车但能从事其他三项工作,丙、丁、戊都能胜任四项工作,则不同安排方案的种数是 _____.

题目 12 生活中人们常用“通五经贯六艺”形容一个人才识技艺过人,这里的“六艺”其实源于中国周朝的贵族教育体系,具体包括“礼、乐、射、御、书、数”.为弘扬中国传统文化,某校在周末学生业余兴趣活动中开展了“六艺”知识讲座,每艺安排一节,连排六节,则满足“数”必须排在前两节,“礼”和“乐”必须相邻安排的概率为 _____