

课题： § 3.2.1 几类不同增长的函数模型

天津市第五十七中学 姜志惠

教学目标：

1. 使学生能够借助计算器或计算机制作数据表格和函数图像，对几种常见的函数类型的增长情况进行比较，在实际应用的背景中理解直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数类型增长的差异。
2. 使学生通过对投资方案的选择，学会利用数据表格和函数图像分析问题和解决问题；引导学生充分体验将实际问题“数学化”解决的过程，从而理解“数学建模”的思想方法解决问题的有效性。
3. 鼓励学生收集一些社会生活中普遍使用的函数模型（指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等），体验函数是描述宏观世界变化规律的基本数学模型，从而培养学习数学的兴趣。

教学重、难点：

重点：将实际问题转化为函数模型，比较常数函数、一次函数、指数函数、对数函数模型的增长差异，结合实例体会直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数类型增长的含义。

难点：如何选择和利用不同函数模型增长差异性分析解决实际问题。

突破难点的关键：

1. 对例一要从描述函数的三个角度做分析，充分利用计算机辅助教学，为后续内容做好铺垫。
2. 对例二的“构造思想”做重点分析，以利于学生理解并运用。

技术手段：计算机辅助教学

教学方法：启发式 自主探究式

教学过程与操作设计：

环 节	教 学 内 容 设 计	师 生 双 边 互 动
开门见山 引入课题	生活中的增长现象比比皆是，在我们学过的许多函数中也有许多成增长形态发展的。	教师提问：你们能例举出以前学习过的增长型的函数吗？ 学生回答、教师点评，并提出增长不同研究的必要性。
组织引导 合作探究	例 1. 假设你有一笔资金用于投资，现有三种投资方案供你选择，这三种方案的回报如下： 方案一：每天回报 40 元； 方案二：第一天回报 10 元，以后每天比前一天多回报 10 元； 方案三：第一天回报 0.4 元，以后每天的回报比前一天翻一番。 请问，你会选择哪种投资方案？ 探究活动 1：（解析法） ① 在本例中涉及哪些数量关系？ （选择变量） ② 如何用函数描述这些数量关系？ （建立模型） ③ 分析比较（分析模型） ④ 给予解答（形成结论） 探究活动 2：（列表法） （安排一组同学完成） 根据例 1 表格中所提供的数据，你对三种方案分别表现出的回报资金的增长差异有什么认识？ 探究活动 3：（图象法） （安排一组同学完成） ① 学生独立借助计算机作出函数图象，并通过图象描述一下三种方案的特点？ ② 根据以上分析，你认为应作出如何选择？	师：创设问题情境，以问题引入能激起学生的热情，使课堂里的有效思维增强。 生：阅读题目，理解题意，思考探究问题。 师：引导学生分析本例中的数量关系，并思考应当选择怎样的函数模型来描述。引导学生分析影响方案选择的因素，使学生认识到要做出正确选择除了考虑每天的收益，还要考虑一段时间内的总收益。 生：一组学生独立利用 excel 表格，获取信息，体会三种函数的增长差异，说出自己的发现，并进行交流。 一组学生独立利用计算机作出三个函数的图像，对三种方案的不同变化趋势作出描述，并为方案选择提供依据。 师：对学生的结论进行评析，引导学生总结出解决例 1 后得到的启示。

	例 2. 某公司为了实现 1000 万元利润的目标, 准备制定一个激励销售部门的奖励方案: 在销售利润达到 10 万元时, 按销售利润进行奖励, 且奖金 y (单位: 万元) 随销售利润 x (单位: 万元) 的增加而增加但奖金不超过 5 万元, 同时奖金不超过利润的 25%. 现有三个奖励模型: $y = 0.1x$ $y = \log_7 x + 1$ $y = 1.002^x.$ 问: 其中哪个模型能符合公司的要求? 探究: ①本例涉及了哪几类函数模型? 本例的实质是什么? (变量分析, 确定模型) ②你能根据问题中的数据, 判定所给的奖励模型是否符合公司要求吗? (分析模型) ③重点分析讲解构造思想的体现 ④通过对三个函数模型增长差异的比较, 写出例 2 的解答.	师: 引导学生分析问题使学生得出: 要对每一个奖励模型的奖金总额是否超出 5 万元, 以及奖励比例是否超过 25% 进行分析, 才能做出正确选择. 生: 分析数据特点与作用判定每一个奖励模型是否符合要求. 师: 引导学生利用解析式, 结合图象, 对三个模型的增长情况进行分析比较, 重点写出判断“奖励比例是否超过 25%”部分的证明过程, 使学生体会函数思想解决不等式问题的方法. 生: 进一步认识三个函数模型的增长差异, 对问题作出具体解答.
反 馈 巩 固 小 结 反 思	尝试练习: P_{110} 练习 1, P_{113} 练习 1、2; 请一个同学自主设计一个问题来考证全班同学的学习效果. 小结反思: (学生完成 教师指导)	生: 通过尝试练习进一步体会三种不同增长的函数模型的增长差异及其实际应用.
课 外 活 动	撰写研究性学习报告 «关注民生 分析增长»	师: 培养学生对数学学科的深刻认识, 体会数学的应用美.

《几类不同增长的函数模型》的教案设计说明

本节课选自《普通高中课程标准实验教科书数学 1 必修本 (A 版)》的第三章的 § 3.2.1 几种不同增长函数模型的第一课时。它既是第二章基本初等函数知识的延续, 又为函数模型的应用打下了基础, 起着承前起后的作用。本节课我的教学目标定位在通过引领学生体会直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数类型增长的含义, 认识事物之间的普遍联系与相互转化, 使学生探求函数在实际中的应用, 体验函数是描述宏观世界变化规律的基本数学模型, 并学会利用函数知识建立数学模型解决实际问题, 从而培养学生应用数学的意识分析问题, 解决问题的能力; 培养学生的综合实践和自主学习的能力; 培养学生的创新精神, 团结协作精神, 激发学生学习数学的兴趣。为了实现既定的教学目标, 我对教法的设计原则是以学生为主体, 引导学生在情境中思考, 在实践中体验。教是为了学, 学法的指导在每节课都是一种润物无声、潜能无限的环节, 容易被忽略。在本节课教学过程中我会适时地指导学生对实践中发现的问题进行归纳总结, 建立函数模型, 并进行学习上的交流, 使学生真正认识到函数的应用和解决实际问题; 我还会注意监督学生对已学过的知识的落实, 培养学生“螺旋式上升”搭建自己的数学知识体系的学习方法, 使学生的数学学习过程成为在教师引导下的“再创造”过程。

学生在学习本节内容之前已经学习了函数的概念, 函数图像的性质等知识, 这为几类不同增长的函数模型的确立和作图提供了基础, 但不同函数模型的增长差异的比较及其在实际问题中的应用, 需要学生具备一定的数学建模能力和图表分析能力, 还需要借助图像以获得直观感知和彰显隐处。因此, 在本节课

运用教学手段的设计上，我认为要尽可能利用现代教育技术来呈现教学中难以呈现的课程内容，尽可能利用多媒体教育技术平台，加强数学教学与信息技术的结合。同时基于学生有一定的计算机操作能力，我鼓励并指导学生亲自动手，运用计算机对问题进行探索、发现和分析。这种自主探索的课程，与以往的教学方式并不完全相同，学生能够感觉到知识并不一定来源于书本，动手实践一样是获得知识的重要手段和方法，再将所得数据进行再加工提炼得到新知识，这也正符合一切新知的产生过程，说明数学学习与其它学科的学习是相同的，有异曲同工之妙。在引导学生展开对例 1 的具体分析时，我安排两组学生分别利用“几何画板”和 Excel 从不同角度作图分析三中不同投资方案，分工虽然不同但同学们却没有各做各的、互不理睬，而是主动地合作交流起来，很快同学们就发现从获得回报的累计量角度分析三种方案，与从每天获得的回报量角度分析三种方案得到的结论是不同的，课堂气氛很是活跃，学生团结协作的意识明显增强。还有很多学生自主运用 Excel 表格分析例 1 时，根据本道题目自变量的取值范围为正整数的限制，利用 Excel 表格作出了散点图，更为科学、合理地分析出了不同天数选择不同方案的理由，促进学生形成严谨、科学、缜密的数学学习素养。再例如分析例 2 时，我将三个数学模型的图像展现在同学面前，学生们很快就通过图象排除了两个函数模型，这种效果恐怕脱离计算机技术的辅助是很难快速实现的。

另外两道例题在解决过程中均充分体现了“数学建模”思想方法，为了引领学生体验这种思想方法的解体过程，我设计了“阶梯状”深入的问题情境，目的是帮助学生读懂题目、挖掘有益条件、从实际问题中抽象出数学函数模型，最终主动寻求答案。“数学建模”的过程也是培养学生的阅读、理解能力，渗透数学源于实际又应用于实际的思想，体会数学在实际问题中的应用价值。在例 2

的解题过程中，教材中对判断模型二 $y = \log_7^x + 1$ 是否满足约束条件“ $\log_7^x + 1 \leq 0.25x$ ”是采用了“构造函数的思想方法”，我认为就高一年级学生而言这种处理方法在理解上会有困难，但它又是一种很重要的思想方法，所以我通过板书详细分析了这一过程，旨在帮助学生对“构造函数的思想方法”留下一个美好又深刻的第一印象。

为了避免整堂课“虎头蛇尾”，我在结束环节中请一个同学自主设计一个问题来考证全班同学的学习效果，该同学的提问与实际生活相联系，巧妙幽默地发问，同学们也报之以机智地回答，学生的学习活动顿时成为一个轻松快乐的过程。另外在回顾、梳理和总结本节课学习的知识和掌握的技能之后，我安排研究性学习小组在课下以《关注民生 分析增长》为题撰写一篇研究性学习报告，从而把数学的学术形态转化为为生活服务的教育形态。

总之，这一节课教师就是要很好地“穿针引线”，不要过多地“霸占”学生自主学习的机会，让学生在体验函数模型增长差异、结论逐步形成的过程中，体会到蕴涵在其中的思想方法；让他们觉得数学并不空洞，而是有血有肉的实体；让我们的数学课堂充满生机！路漫漫其修远兮，吾将继续在新课改的实践中探索前行！

天津市第五十七中学 姜志惠