

课 题：§ 11.3 相互独立事件同时发生的概率（一）

【教学目标】

知识目标

1. 相互独立事件的概念。
2. 会用积事件的概率公式求相互独立事件同时发生的概率。

情感目标

通过课堂学习让学生从感性上体验到概率问题的多样性和趣味性，从理性上理解并掌握相互独立事件同时发生的概率的计算方法，建立面对概率问题，只要概念清晰和方法得当，就会战无不胜的信心。

能力目标

指导学生逐渐提高将复杂事件用简单事件的和事件与积事件表示的数学思维能力。

【教学重点】

1. 理解相互独立事件的概念
2. 掌握相互独立事件同时发生的概率公式的应用。

【教学难点】

通过对应用题的文字分析，提炼出事件的两要素和事件的概型，从而准确进行概率计算。

【教学方法】

通过教师铺桥设路，自然地引出学习内容；通过引导学生思考，找到解决问题的办法。通过整理学习过程，形成清晰的知识体系。

【授课类型】新授课，以上定位均根据我校高二理科学生的具体情况而定。

【课时安排】1 课时

【教 具】多媒体 ppt 课件一套

【教学过程】

一、复习引入：

1、复习提问：

(1) 袋中有大小相同的 1 白，1 红，2 黑球，从中摸出一个球，记“从中摸出一个球，是白球”为事件 A，记“从中摸出一个球，是黑球”为事件 B，问：事件 A 和 B 是否互斥？是否对立？

(2) 事件 A 的对立事件是 $\bar{A}$ ，则 $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

2、引例 ppt: 根据下面的问题，填空：

甲坛子里有 3 个白球，2 个黑球；乙坛子里有 2 个白球，2 个黑球。（球等大）

(1) 记“从甲坛子里摸出一个球，得到白球”为事件 A，则 $P(A) = \underline{\quad}$ 。

(2) 记“从乙坛子里摸出一个球，得到白球”为事件 B，则 $P(B) = \underline{\quad}$ 。

(3) 记“从两个坛子里分别摸出一个球，都是白球”为事件 D，则事件 D 是 ? 事件。 $P(D) = \underline{\quad}$ 。

知识导入过程一：分析出事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率没有影响，事件 B 是否发生对事件 A 发生的概率没有影响，即事件 A（或 B）是否发生对事件 B（或 A）发生的概率没有影响，这样的两个事件叫做相互独立事件。→相互独立事件的定义

练一练：判断下列事件 A 和 B 是否相互独立？

(1) 一袋中有 2 个白球，2 个黑球，把“从中任意摸出 1 个球，得到白球”记作事件 A，把“从剩下的 3 个球中任意摸出 1 个球，得到白球”记作事件 B

(2) 一袋中有 2 个白球，2 个黑球，做一次有放回抽样试验，从袋中连取 2 个球，记“第一个取出的是白球”为事件 A，“第二个取出的是白球”为事件 B.

(3) 引例中的 $\bar{A}$ 与 B, A 与 $\bar{B}$, $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$

此题旨在巩固相互独立事件的定义，为下面的计算奠定基础。根据平时的教学经验，在新授课上，边讲边练更有利于学生对知识的掌握。

知识导入过程二：由练一练第 (3) 问 → 相互独立事件的性质。

知识导入过程三：事件 D 可以看作是相互独立事件 A 和 B 同时发生的事件。我们

将事件 D 记作 $A \cdot B$ ，由等可能事件的概率计算方法推出 $P(D) = P(A \cdot B) = \frac{3 \times 2}{5 \times 4} = \frac{3}{10}$

注意到 $\frac{3}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = P(A) \cdot P(B)$ 。因此有： $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$ ，可见相互独立

事件 A 和 B 同时发生的概率可以转化为事件 A 和事件 B 的概率积。体现出本节内容蕴含的转化思想。→ 相互独立事件同时发生的概率公式。综上：

二、相互独立事件的概念和计算公式：

1、相互独立事件的概念：事件 A（或 B）是否发生对事件 B（或 A）发生的概率没有影响，这样的两个事件叫做相互独立事件。

2、当 A 和 B 是相互独立事件时， $\bar{A}$ 与 B, A 与 $\bar{B}$, $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也都是相互独立事件。

3、相互独立事件 A 和 B 同时发生的事件记作 $A \cdot B$

4、相互独立事件同时发生的概率的计算方法： $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

即：两个相互独立事件同时发生的概率，等于每个事件发生的概率的积。

一般地，如果事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立，那么这 n 个事件同时发生的事件是

$A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n$ ，其 概率等于每个事件发生的概率的积，即

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

三、相互独立事件同时发生的概率计算：

例题 1：甲、乙 2 人各进行一次射击，如果 2 人击中目标的概率都是 0.6，计算：

(1) 2 人都击中目标的概率；

(2) 其中恰有一人击中目标的概率；

(3) 至少有 1 人击中目标的概率；

(4) 至多有 1 人击中目标的概率。

分析要点：记“甲、乙 2 人各射击 1 次，甲击中目标”为事件 A，“甲、乙 2 人各射击 1 次，乙击中目标”为事件 B，此处是中偏下学生的易错点，要求学生用文字将基本事件表述出来，再计算概率，以此指导学生的思考方法。显然事件 A、B 为相互独立事件，问题 (1) “甲、乙 2 人各进行一次射击，2 人都击中目标”相当于事件 A、B 同时发生，即事件 $A \cdot B$ 。问题 (2) 其中恰有一人击中目标可以分成两类：A 发生 B 不发生，A 不发生 B 发生，两类互斥，恰有一人击中目标

相当于事件 $A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$ 。问题 (3) 正向思考：“至少有一人击中目标”分成三

类：A 发生 B 不发生，A 不发生 B 发生，A 发生 B 发生。三类是互斥事件，每一类事件都是相互独立事件同时发生，可用符号 $A \bullet \bar{B} + \bar{A} \bullet B + A \bullet B$ 表示。逆向思考：“至少有一人击中目标”的对立事件为“两人都未击中目标”，所以至少有一人击中目标的概率为 $1 - P(\bar{A} \bullet \bar{B})$ 。此解法体现出化难为易的转化思想。问题（4）同理。

解：记“甲、乙 2 人各射击 1 次，甲击中目标”为事件 A，“甲、乙 2 人各射击 1 次，乙击中目标”为事件 B，A、B 为相互独立事件，且 $P(A) = P(B) = 0.6$
 (1) $P(A \bullet B) = P(A) \times P(B) = 0.6 \times 0.6 = 0.36$

$$(2) P(A \bullet \bar{B} + \bar{A} \bullet B) = P(A \bullet \bar{B}) + P(\bar{A} \bullet B) \\ = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = 0.6 \times (1 - 0.6) + (1 - 0.6) \times 0.6 = 0.48;$$

$$(3) 1 - P(\bar{A} \bullet \bar{B}) = 1 - P(\bar{A})P(\bar{B}) = 1 - 0.4 \times 0.4 = 0.84.$$

$$(4) P(A \bullet \bar{B} + \bar{A} \bullet B + A \bullet B) = 2 \times 0.4 \times 0.6 + 0.4 \times 0.4 = 0.64$$

$$\text{或者 } 1 - P(A \bullet B) = 1 - 0.6 \times 0.6 = 1 - 0.36 = 0.64$$

此题是课本中安排的例题 1，教师补充第（4）问。安排的用意有 3 个。一是凸现相互独立事件同时发生的事件概型，突出本课的重点，如果对事件类型认识不清的话，就谈不上计算。二是示范板书，让学生学会准确运用数学符号表述相关的事件。比如 $\bar{A} \bullet \bar{B} \bullet \bar{C}$ 表示事件 $\bar{A}$ 、事件 $\bar{B}$ 和 $\bar{C}$ 同时发生，符号语言的正确理解和使用，不仅是提高数学能力的需要，而且也使数学解题过程简便明了，一些数学结论表述更加方便。三是学习解概率应用题的思考方法：正向思考和逆向思考法，涉及到“至少有一个”题型，是本节课要掌握的重要题型，通过两种方法的对比，体会逆向思考方法在解此题时的优越性，也是下面例题 2 的一个铺垫。
 练一练 1：甲乙两人同时报考某一大学，甲被录取的概率是 0.6，乙被录取的概率是 0.7，两人是否录取互不影响，求：

(1) 甲乙两人都被录取的概率

(2) 其中至少一个被录取的概率

通过练一练 1，给学生一个消化知识的时间，既能巩固本节重点，掌握相互独立事件同时发生的概率常规运算，还能让学生通过不同面孔的概率载体，提高阅读和审题能力。

例题 2：对飞机进行 3 次独立射击，第一次，第二次，第三次命中率分别为 0.4, 0.5, 0.7, 求：(1) 飞机被击中的概率。(2) 飞机至少被击中两次的概率。

分析：本题的关键是要读懂“飞机被击中”“至少被击中两次”的含义。对比两种方法，凸显“至少有一个发生”的概率用逆向思考方法的优越性，

解法一：分别记对飞机进行 3 次独立射击，第一次，第二次，第三次命中为事件 A, B, C. 根据题意，A, B, C 相互独立。“射击三次，飞机被击中”包括三次射击恰有其中某 1 次击中、恰有其中某 2 次击中、3 次都击中三种互斥的情况，逐一求概率即可。

解法二：上面的方法较为麻烦，不妨先求 3 次都没击中的概率，从而求得其对立事件——3 次射击中至少有 1 次击中的概率。（2）解略。

例题 2 方法小结：加深理解“至少有一个”问题用逆向思考的优越性。同时让学生再次体会用已知事件的和与积表示未知事件的思维方法。

练一练 2. 甲、乙、丙三人独立地去破译一个密码，他们能译出的概率分别为 0.2, 0.25, 0.3，则此密码能译出的概率是多少？

能力提高练 3. （2006 年四川卷）某课程考核分理论与实验两部分进行，每部分考核成绩只记“合格”与“不合格”，两部分考核都是“合格”则该课程考核“合格”，甲、乙、丙三人在理论考核中合格的概率分别为 0.9, 0.8, 0.7；在实验考核中合格的概率分别为 0.8, 0.7, 0.9，所有考核是否合格相互之间没有影响

（I）求甲、乙、丙三人在理论考核中至少有两人合格的概率；0.902

（II）求这三个人该课程考核都合格的概率。（结果保留三位小数）0.254

通过此题，检测学生的学习效果，增强解概率问题的自信心。

四、小结：这节课你学到了什么？学生小结，师生共同补充

1、相互独立事件的概念、相互独立事件同时发生的概率公式： $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

2、几个独立事件，求至少有一个发生的概率，转化为利用对立事件的概率进行计算更简便。

3、升华部分：复杂概率计算的关键有两个，一明确事件的两要素，二善于用简单事件的和与积表示复杂事件。

五、课后作业：

课本 Page157：习题 1，2，3，4，6

补充：甲射手射击 1 次，击中目标的概率是 x ，连续射击 4 次，且各次射击是否击中相互之间没有影响，他至少击中 1 次的概率是 $1 - 0.28^4$ ，求该射手击中目标的概率 x 是多少？（活学活用）

六、课后思考：

1、某射手射击 1 次，击中目标的概率是 0.9，他连续射击 4 次，且各次射击是否击中相互之间没有影响，那么他恰好击中 3 次的概率是多少？（下一课时的铺垫）

2、在解决“至少有 2 个或 2 个以上”和“至多有 2 个或 2 个以上”发生的概率时，正向思考和逆向思考的方法又有怎样的优劣？（培养举一反三的学习习惯）

【板书设计】

一、相互独立事件的概念、性质和概率公式

二、例题 1 的板书；实施教学时，针对学生的突出问题，给出示范性的板书。

三、对学生的出错点用彩色粉笔在板书专栏中予以警示。

【教后记】本节以相互独立事件的概念及概率计算为主要内容，学生在概念学习上应该会较顺利，在概率计算上，可能对复杂事件如何用简单事件表示有能力上的差异，因此，通过这节课，先把握住教材的定位，使学生掌握例题 1 和例题 2 的解题方法，后面的课时中，一定要再向学生渗透怎样将具体的复杂问题转化为简单事件的和事件与积事件的做法。课后通过作业和师生交流多总结学生在学习这一节时还会出现哪些障碍，以便在今后的教学中有更强的针对性。