

课题：直线与平面垂直的判定

内容出处：人教社 A 版教材必修 2 第二章第三节第一课时

授课教师：北京市第五中学 熊丹

【教学目标】

1. 通过观察图片和折纸试验，使学生理解直线与平面垂直的定义，归纳和确认直线与平面垂直的判定定理，并能简单应用定义和判定定理；
2. 通过对判定定理的探究和运用，初步培养学生的几何直观能力和抽象概括能力；
3. 通过对探索过程的引导，努力提高学生学习数学的热情，培养学生主动探究的习惯。

【教学重点】

对直线与平面垂直的定义和判定定理的理解及其简单应用。

【教学难点】

探究、归纳直线与平面垂直的判定定理，体会定义和定理中所包含的转化思想。

【教学方式】 启发式与试验探究式相结合

【教学手段】 计算机、自制课件、实物模型

【教学过程】

一、实例引入，理解概念

1. 通过复习空间直线与平面的位置关系，让学生举例感知生活中直线与平面相交的位置关系，其中最特殊、最常见的一种就是线面的垂直关系，从而引出课题。

设计意图：希望通过学生的生活经验，提高学生学习数学的兴趣和自觉性。

2. 给出学生非常熟悉的校园图片，引导他们观察直立于操场上篮球架的立柱与它在地面影子的关系，然后将其抽象为几何图形，再用数学语言对几何图形进行精确描述，引出直线与平面垂直的定义。即：如果直线 l 与平面 α 内的任意一条直线都垂直，我们就说直线 l 与平面 α 互相垂直。

设计意图：通过从“具体形象——几何图形——数学语言”的过程，让学生体会定义的合理性。

3. 简单介绍线面垂直在我国古代的重要应用——“日晷”。

设计意图：通过我国古代用来计时的一种仪器——日晷，让学生感受数学的应用价值，提高学生学习数学的热情。同时，引出探究判定定理的必要性。



二、通过试验，探究定理

准备一个三角形纸片，三个顶点分别记作 A ， B ， C 。如图，过 $\triangle ABC$ 的顶点 A 折叠纸片，得到折痕 AD ，将折叠后的纸片打开竖起放置在桌面上。（使 BD 、 DC 边与桌面接触）

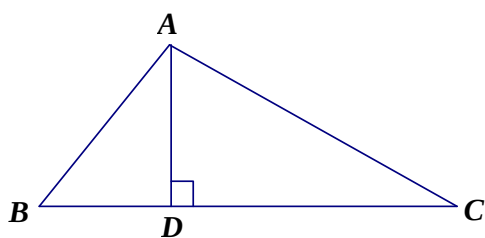


图1

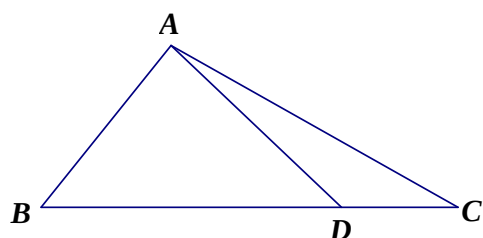


图2

问题 1：折痕 AD 与桌面一定垂直吗？

又问：为什么折痕不一定与桌面垂直？（引导学生根据定义进行回答）

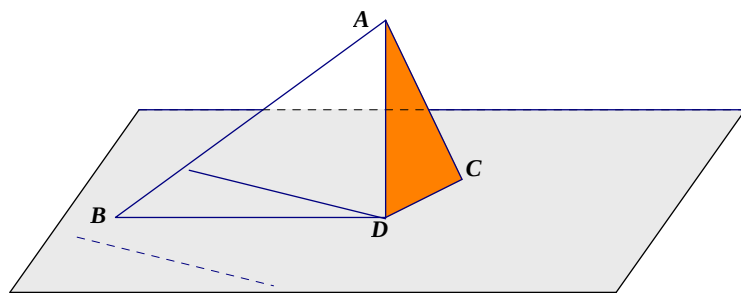
设计意图：从另一个角度理解定义：如果想说一条直线与平面不垂直，只需要在平面内找到一条直线与它不垂直就够了。

问题 2：如何翻折才能使折痕 AD 与桌面所在的平面 α 垂直？

又问：为什么折痕与桌面是垂直的？（引导学生根据定义进行确认）

以折痕 AD 为轴转动纸片，来说明 AD 与平面 α 内过 D 点的所有直线都垂直，平面 α 内不过 D 点的直线，可以通过平移到 D 点，说明它们与 AD 都垂直，于是符合直线与平面垂直的定义。

教师再用课件将上述过程进行动画演示（如右图），然后引导学生归纳出直线与平面垂直的判定定理。进一步引导学生对判定定理中两个关键条件“双垂直”和“相交”进行理解和确认。



问题 3：

(1)如果一条直线与平面内的一条直线垂直，能判断此直线和平面垂直吗？

(2)定理条件中的两条直线必须相交吗？

要求学生摆出反例模型进行说明，让学生在操作过程中，确认并理解判定定理的条件。

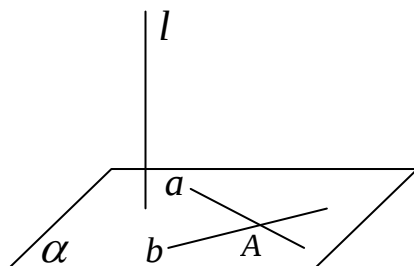
设计意图：通过折纸试验，让学生在发现定理的过程中，不仅有直观上的感知，提高了几何直观能力，而且通过理性的说理，增加了逻辑思维的成分。

最后，引导学生从文字语言、符号语言、图形语言三个方面归纳直线和平面垂直的判定定理。

文字语言：一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直.

符号语言： $l \perp a, l \perp b, a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b = A \Rightarrow l \perp \alpha$.

图形语言：

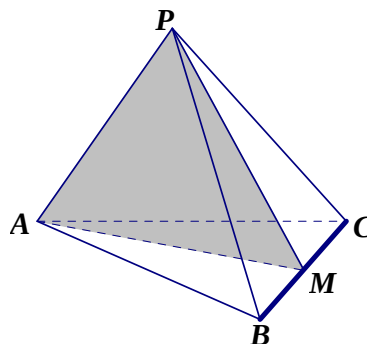
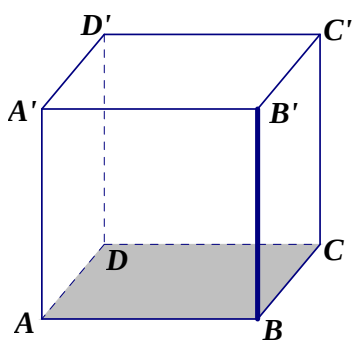


三、应用定理，加深理解

例 1 判断下列命题是否正确，并说明理由.

(1) 正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，棱 BB' 和底面 $ABCD$ 垂直.

(2) 正三棱锥 $P-ABC$ 中， M 为棱 BC 的中点，则棱 BC 和平面 PAM 垂直.



设计意图：此题两问都是对判定定理的直接应用，第一问定理条件通过观察即可得到，目的是进一步强化定理的条件以及定理在应用过程中的准确表述；第二问定理条件需要用平面几何的知识才能得到.

例 2 求证：如果两条平行线中的一条与一个平面垂直，则另一条也与该平面垂直.

分析：首先需要把文字语言叙述的命题分别用符号语言和图形语言叙述出来.

欲证线面垂直，需证线与面内两条相交直线垂直；而已知线面垂直，可得线线垂直，所以，在平面内两条相交直线 m, n 作为辅助线，命题可证.

已知： $a \parallel b, a \perp \alpha$ ，求证： $b \perp \alpha$.

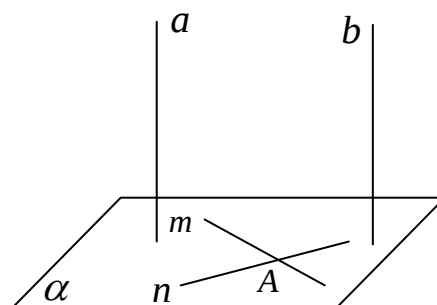
证明：在平面 α 内作两条相交直线 m, n .

因为直线 $a \perp \alpha$ ，根据直线与平面垂直的定义知

$$a \perp m, a \perp n.$$

又因为

$$a \parallel b,$$



所以 $b \perp m, b \perp n$.

又因为 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m, n$ 是两条相交直线,

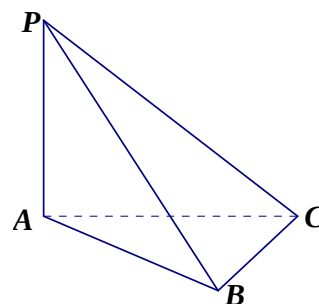
所以 $b \perp \alpha$.

设计意图: 此题是课本上的一个例题, 使用时改用文字语言叙述, 目的是让学生在文字语言、符号语言、图形语言的转化上得到训练; 此题重视对学生思维策略的引导和启发, 培养学生的逻辑推理能力; 同时规范证明题的书写.

例 3 如图, AC 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边, 过 A 点作 $\triangle ABC$ 所在平面的垂线 PA , 连 PB 、 PC . 问: 图中有多少个直角三角形?

分析: 说明 $\angle PAB$ 、 $\angle PAC$ 为直角是比较容易的.

证明 $\angle PBC$ 是直角有两种方法: 一是通过线线与线面之间垂直关系的相互转化得出 $\angle PBC$ 是直角; 二是依据勾股定理的逆定理, 通过计算证明 $\triangle PBC$ 是直角三角形.



设计意图: 通过对 $\triangle PBC$ 是直角三角形进行证明, 意在培养学生熟练进行线线和线面之间垂直关系的转化, 从而准确和灵活地应用判定定理和定义.

四、归纳小结, 提高认识

1. 学习小结: 从知识和方法两个方面进行.

知识方面: 线面垂直的定义、线面垂直的判定定理.

方法方面: 转化思想.

2. 布置作业:

- (1) 阅读课本相关内容进行复习;
- (2) 做课本 79 页复习参考题 A 组第 10 题, B 组第 1 题;
- (3) 完成课本 66 页课后探究题.

《直线与平面垂直的判定》教案说明

北京市第五中学 熊丹

一、教学内容的分析

本节课的内容包括直线与平面垂直的定义和判定定理两部分。直线与平面垂直的研究是直线与直线垂直研究的继续，也为平面与平面垂直的研究做了准备；这三类垂直问题的研究主线是类似的，都是以定义——判定——性质为主线。判定定理的教学，尽管新课标在必修课程中不要求证明，但通过定理的探索过程，培养和发展学生的几何直觉以及运用图形语言进行交流的能力，是本节课的重要任务。

二、教学目标的确定

新课标中立体几何的体系和内容都发生了较大的变化，要求能通过直观感知、操作确认，归纳出直线和平面垂直的判定定理。

根据教材特点、新课标的教学要求和学生的认知水平，我确定了如下教学目标：

1. 通过观察图片和折纸试验，使学生理解直线与平面垂直的定义，归纳和确认直线与平面垂直的判定定理，并能对定义和判定定理进行简单应用；
2. 通过对判定定理的探究和运用，初步培养学生的几何直观能力和抽象概括能力；
3. 通过对探索过程的引导，努力提高学生学习数学的热情，培养学生主动探究的习惯。

三、教学方法的特点

本节课采用启发式与试验探究式相结合的教学方式。

在启发式教学过程中，以问题引导学生的思维活动。教学设计突出了对问题链的设计，教学中，结合学生的思维发展变化不断追问，使学生对问题本质的思考逐步深入，思维水平不断提高。

尝试通过试验的方法进行立体几何的教学。本节课主要是通过直观感知、操作确认归纳出直线和平面垂直的判定定理。但借助什么去感知？怎样操作才能归纳出判定定理？确认到什么程度，才能在不对定理进行证明的情况下，不失数学的逻辑性和严谨性？本节课立足教材，重视对具体实例的观察、分析，并且给学生提供动手操作的机会，引导学生通过自己的观察、操作等活动获得数学结论，把合情推理作为一个重要的推理方式融入到学生的学习过程中。

四、教学诊断分析

学生在学习本节内容时主要有以下两个困难：

1. 理解直线与平面垂直的定义，让学生认识到线面垂直是用线线垂直来刻画的，逐步形成概念体系，体会其中的转化思想，这对于高一学生来讲是比较困难的。

所以在设计教学时，首先通过一组图片让学生直观感知直线与平面垂直的具体形象，然后将其抽象为几何图形，再用数学语言对几何图形进行精确的描述，让学生在此过程中体会直线与平面垂直定义的合理性。

2. 用定义去判定直线与平面垂直是不方便的，如何在较短的时间内，让多数学生找到判定直线与平面垂直的简便方法，这需要一个较好的载体，去引导学生探究直线与平面垂直的判定定理，同时完成对定理条件的确认。

所以，在教学过程中，通过折纸试验，精心设置问题，引导学生归纳出直线与平面垂直的判定定理。并且引导学生通过操作、摆出反例模型，对定理的两个关键条件“双垂直”和“相交”进行理解和确认。

五、教学效果分析

本节课的实施从整体上说是比较顺利的，学生的思维活动在教师的引导下展开的比较充分，基本达到了教学目标。具体给出两个教学片断加以说明。

教学片断一：

在折纸试验的过程中，教师提出问题 1：折痕 AD 与桌面一定垂直吗？

生：不一定。（学生手拿纸片，折出不与桌面垂直的折痕）

师：为什么你认为这条折痕不与桌面垂直？

生：因为它与 BD 不垂直，与 CD 也不垂直。

师：这能说明它与桌面不垂直吗？

生：能，因为定义说如果折痕与桌面垂直，那么它就和桌面的任意一条直线都垂直。

师：非常好，其实这也是从另一个角度对定义进行理解：如果说一条直线与平面不垂直，只要在平面内找到一条直线与它不垂直就够了。

通过这个片断的教学，使学生加深了对定义的认识和理解。

教学片断二：

仍然是在折纸试验过程中，教师提出问题 2：如何翻折才能使折痕 AD 与桌面所在的平面 α 垂直？

生 1: 当折痕 AD 是 BC 边上的高时, AD 所在直线与桌面所在平面 α 垂直.

师: 如何保证此时折痕和桌面是垂直的?

生 1: 因为折痕 AD 与 BD 、 CD 所成的角都是直角.

师: 那折痕 AD 与 BD 、 CD 两条直线垂直, 就能说它与平面 α 垂直吗?

生 1: 因为 BD 、 CD 是两条相交直线, 所以它们确定一个平面.

师: 两条平行直线也确定一个平面, 能说如果一条直线与两条平行直线都垂直, 那么就和平面垂直吗?

生 2: 以 AD 边为轴将三角形纸片绕轴旋转, 刚才已经说明了折痕 AD 与 BD 、 CD 两条直线垂直, 旋转的过程中 AD 与 BD 、 AD 与 CD 的垂直关系没有发生改变, 从而保证 AD 与桌面上过 D 点的直线都垂直, 其他不过 D 点的直线可以平行移到 D 点说明与 AD 垂直, 满足直线与平面垂直的定义.

以上的教学过程中, 通过老师的不断追问, 促使学生对问题深入思考, 在发现定理的过程中, 不仅有直观上的感知, 提高了几何直观能力, 而且通过理性的说理, 增加了逻辑思维的成分.

在教师的引导下, 学生的思维活动展开的比较充分, 学生在课堂上认真参与, 积极探索, 学习热情较高, 在基础知识的理解、基本思想的体会、以及几何直观能力和抽象概括能力的提高等方面都有较大的进步.