

课题：§ 3.1.2 用二分法求方程的近似解

山东临沂市郯城美澳学校 杨明

教学目标：

知识与技能——通过具体实例理解二分法的概念及其适用条件，了解二分法是求方程近似解的常用方法，会用二分法求解具体方程的近似解，从中体会函数与方程之间的联系及其在实际问题中的应用，体会程序化解决问题的思想。

过程与方法——借助计算器求二分法求方程的近似解，让学生充分体验近似的思想、逼近的思想和程序化地处理问题的思想及其重要作用，并为下一步学习算法做准备。

情感、态度、价值观——通过探究体验、展示、交流养成良好的学习品质，增强合作意识。通过体会数学逼近过程，感受精确与近似的相对统一。

教学重点：

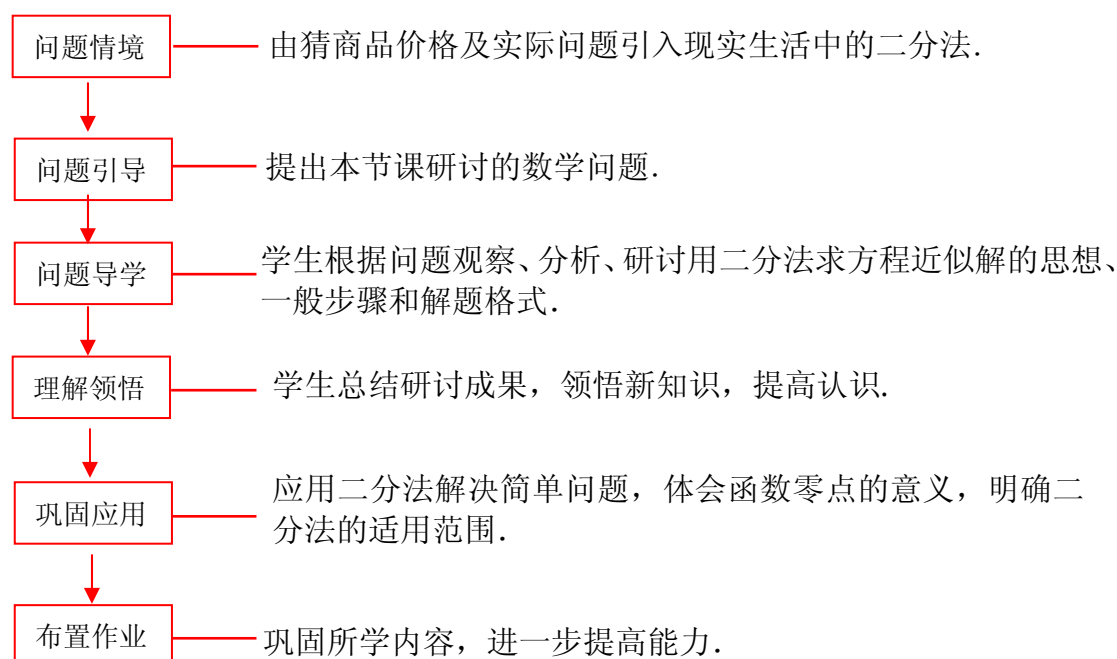
重点——通过用二分法求方程的近似解，体会函数的零点与方程根之间的联系，初步形成用函数观点处理问题的意识。

难点——恰当地使用信息技术工具，利用二分法求给定精确度的方程的近似解。

教学方法：

问题导学、数学探究：通过问题引导学生自主探究二分法的原理与步骤，以师生互动为主的教学方法。并辅以多媒体教学手段，创设问题情景，学生根据问题研讨。

教学程序与环节设计：



教学过程与操作设计:

教学环节	教学过程及内容	师生互动
情境创设与自学感知	1、游戏: 假设“幸运 52”现场, 让学生做猜某一商品价格的游戏。 2、实际问题: 从上海到美国旧金山的海底电缆有 15 个接点, 现在某接点发生故障, 需及时修理, 为了尽快断定故障发生点, 你能找一个简便易行的方法吗? 一般至少需要检查接点的个数为几个? 3、数学问题: 问题 1: 你能求下列方程的解吗? $(1)x^2 - 2x + 1 = 0$ $(2)\ln x + 2x - 6 = 0$ $(3)2^x + 3x - 7 = 0$ 问题 2: 若求不出, 你能确定出解的大致范围吗? 问题 3: 你有进一步缩小解的范围的方法吗?	1、教师选两名学生猜价格。 2、教师鼓励学生探究、交流, 体会解决问题的思想和方法。 3、教师引入现实生活中的二分法的定义, 指出其适用范围。 4、学生先在练习本上求解方程, 发现问题, 教师指出: 简单方程可以通过变形或套公式求精确解, 大多数复杂方程求不出精确解, 渗透数学史并引出目标性问题的探究。
理解领悟	例: 求方程 $\ln x + 2x - 6 = 0$ 的近似解 (误差不超过 0.1)。 分析: 首先利用函数性质或借助计算机、计算器画出函数图象, 确定函数零点大致所在的区间, 然后利用二分法逐步计算解答。 探究交流问题: 问题 1、你是如何确定函数 $f(x) = \ln x + 2x - 6$ 的零点大致所在的区间的? 问题 2、你又如何进一步缩小零点所在的区间呢? 问题 3、用该方法分到何时才能满足精确度要求呢? 问题 4、你能总结出用二分法求方程近似解的一般步骤吗? 注意: ① 第一步确定零点所在的大致区间 (a, b), 可利用函数性质, 也可借助计算机或计算器, 但尽量取端点为整数的区间, 通常可确定一个长度为 1 的区间;	教师引导, 学生合作探究: 1、解决问题 1、2: 师生共同选择初始区间, 教师利用数轴演示二分法的过程。 2、解决问题 3: 学生讨论精确度与区间长度的关系。 3、解决问题 4: 学生归纳二分法解题的一般步骤, 教师做最后总结及强调。

	② 建议列表样式如下： <table><tr><th>次数</th><th>$\frac{a+b}{2}$</th><th>$f(\frac{a+b}{2})$</th><th>取 a</th><th>取 b</th><th>$a-b$</th></tr><tr><td>1</td><td>2.5</td><td>-0.084</td><td>2.5</td><td>3</td><td>0.5</td></tr><tr><td>2</td><td>2.75</td><td>0.512</td><td>2.5</td><td>2.75</td><td>0.25</td></tr><tr><td>3</td><td>2.625</td><td>0.215</td><td>2.5</td><td>2.625</td><td>0.125</td></tr><tr><td>4</td><td>2.5625</td><td>0.066</td><td>2.5</td><td>2.5625</td><td>0.063</td></tr></table> 如此列表的优势：计算步数明确，区间长度小于精确度时，即为计算的最后一步。 小结： 1.二分法：一种求一元方程的近似解的常用方法。 2.二分法求方程的近似解的步骤：体现了程序化的思想即算法思想。	次数	$\frac{a+b}{2}$	$f(\frac{a+b}{2})$	取 a	取 b	$ a-b $	1	2.5	-0.084	2.5	3	0.5	2	2.75	0.512	2.5	2.75	0.25	3	2.625	0.215	2.5	2.625	0.125	4	2.5625	0.066	2.5	2.5625	0.063	4、教师给出规范解题格式，用表格演示用二分法逐次计算的结果。 5、教师引导学生总结研讨体会，并进行课堂交流，展示成果。
次数	$\frac{a+b}{2}$	$f(\frac{a+b}{2})$	取 a	取 b	$ a-b $																											
1	2.5	-0.084	2.5	3	0.5																											
2	2.75	0.512	2.5	2.75	0.25																											
3	2.625	0.215	2.5	2.625	0.125																											
4	2.5625	0.066	2.5	2.5625	0.063																											
巩固应用	1. 方程$x^3-2x-5=0$在区间$[2, 3]$内的实根，取区间中点$x_0 = 2.5$，$f(x_0) = 5.625$ 那么下一个有根区间是_____。 答案：$[2, 2.5]$ 2.(多项选择)下列函数的图象中,其中不能用二分法求其零点的是() 问题 5:根据练习 1，请思考利用二分法求方程近似解的条件是什么？ 3.利用计算器，求方程 $2^x+3x-7=0$ 的近似解 （精确度为 0.1）. 4. 作业 ①课后练习 ②市编《高中数学新学案数学 1 》 ③查阅资料了解求方程近似解的其他方法	1、学生作练习 1 后，教师提出问题 5，引导学生从“数”和“形”两个角度去体会函数零点的意义，明确二分法的适用范围。 2、学生作练习 2：要求同位配合，一名同学负责作记录，另一名负责用计算器求值，尽快求解。 3、教师利用“几何画板”引导学生讨论、评析形成结论。 4、鼓励学生在学学习前人算法的基础上，去寻求解决各类问题的算法。																														

“用二分法求方程的近似解（一）”教案说明

山东临沂市郯城美澳学校 杨明

本节课是《普通高中课程标准实验教科书数学1必修本（A版）》3.1.2用二分法求方程的近似解（下面简称‘二分法’），为更好地把握这一课时内容，对本课时教案给予以下说明。

一、授课内容的数学本质

本课时的主要任务是结合 3.1.1 中的例 1，介绍二分法的基本操作思路，在此基础上又从算法思想的角度归纳了二分法的一般操作步骤，并使学生尝试用二分法按给定的精确度、借助计算器或计算机等，求一个具体方程的近似解。借以体验从具体到一般的认识过程，渗透运动变化（逐步逼近）和极限思想（无限逼近），初步体会“近似是普遍的、绝对的，精确则是特殊的、相对的”辩证唯物主义观点，树立追求真理、崇尚科学的信念。

函数与方程是中学数学的重要内容之一，又是初等数学和高等数学的衔接的枢纽，其实质是揭示了客观世界中量的相互依存又互有制约的关系，因而函数与方程思想的教学，有着不可替代的重要位置。二分法的设置是通过研究函数的某些性质，把函数的零点与方程的解等同起来，加强了函数与方程的联系，突出函数的应用，这又是本节课要渗透的一个数学思想

所以本节课的本质是向学生渗透函数与方程的思想、近似的思想、逼近的思想和初步感受程序化地处理问题的算法思想。

二、教学目标定位

本节课在教学内容上衔接了上节函数的零点与方程的根的联系，学生在学习了上一节的内容后，已初步理解了函数图象与方程的根之间的关系，具有一定的数形结合思想，这为理解函数零点附近的函数值符号提供了直观认识。但学生对于函数与方程之间的联系的认识还比较薄弱，对于函数的图象与性质的应用、计算机的使用尚不够熟练，这些都给学生在联系函数与方程、发现函数值逼近函数零点时造成了一定的困难。

所以根据教材的要求，学生的实际情况，我将本课的教学目标设定如下：

知识与技能——通过具体实例理解二分法的概念及其适用条件，了解二分法是求方程近似解的常用方法，会用二分法求解具体方程的近似解，从中体会函数与方程之间的联系及其在实际问题中的应用，体会程序化解决问题的思想。

过程与方法——借助计算器求二分法求方程的近似解，让学生充分体验近似的思想、逼近的思想和程序化地处理问题的思想及其重要作用，并为下一步学习算法做准备。

情感、态度、价值观——通过探究体验、展示、交流养成良好的学习品质，增强合作意识。通过体会数学逼近过程，感受精确与近似的相对统一。

三、本课内容的承前启后、地位作用

“二分法”所涉及的主要是函数知识，其理论依据是“函数零点的存在性（定理）”，本课“承前”是上节学习内容《方程的根与函数的零点》的自然延伸。

算法作为一种计算机时代最重要的数学思想方法，将作为新课程新增的内容安排在数学必修3中进行教学，“二分法”是数学必修3教学的一个前奏和准备，“启后”是渗透近似思想、逼近思想和算法思想的重要内容。

四、与其他知识、其他学科的联系及应用

“二分法”不仅是求一元方程近似解的常用方法，利用“二分法”还可以帮助我们解决不等式、一元二次方程根的分布及最值等一些相关的问题。它与“优选法”也有本质联系。在物理学、逻辑学、统计学、计算机等学科及生活实践中只要是与查找有关，都能体现到它的重要作用，如查找线路、水管、气管等管道线路故障及实验设计、资料查询等。

五、教学诊断分析

“二分法”的思想方法简单易懂，所需的数学知识较少，算法流程比较简洁，又利用计算器和多媒体辅助教学，直观明了，学生也在生活中有相关体验，所以易于被学生理解和掌握。但“二分法”不能用于求方程偶次重根的近似解、精确度概念与区间长度既有区别又有联系，这些都容易被误解误算。

六、教学方法和特点

本节课采用的是问题导学、数学探究的教学方式：通过问题引导、师生互动，并辅以多媒体教学手段，创设问题情景，学生自主探究二分法的原理与步骤。

本节课主要表现在以下几方面特点：

1、教学方式体现了以学生为主的教学理念。

2、创设贴近学生生活的情境，激发兴趣，让学生在活动中体会数学思想

本节课开始，老师从学生猜商品价格及解决实际问题中引出课题，通过这样来创设情境，不仅对学生产生很强的吸引力，学生也在猜测的过程中体会二分法思想。

3、重视合作交流，重视探究过程

本节课中的每一个问题都是在师生交流中产生，在学生合作探究中解决，使学生经历了完整的学习过程，培养了学生思维能力。

4、恰当地利用信息技术，帮助学生探究数学本质

本节课中利用计算器进行了多次计算，逐步缩小实数解所在范围，精确度的确定就显得非常自然，突破了教学上的难点，提高了探究活动的有效性。借助《几何画板》动态显示这个实数解的范围逐步缩小的过程，直观逼真，有利于学生观察函数零点的大致范围。整个课件都以 PowerPoint 为制作平台，界面活泼，充分体现了信息技术与数学课程的有机整合。

七、预期效果分析

有函数与方程的知识作基础，通过本节课探究讨论，使学生主动参与数学实践活动，又采用多媒体技术，大容量信息的呈现和生动形象的演示，一定能提高学生学习兴趣、激活学生思维、加深知识理解，掌握二分法的本质，完成教学目标。

但可能有部分学生易受课堂上活动和讨论而分散注意力，从而影响其对知识的更深层的理解和掌握，因此，在教学时，要注意组织和协调。另外尽管使用了科学计算器，求一个方程的解也是很费时的，学生容易出现计算错误和产生急躁情绪。