

章末检测试卷(一)

[时间：120 分钟 满分：150 分]

一、单项选择题(本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

1. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC_1} - \vec{D_1C_1}$ 等于()

- A. $\vec{AD_1}$ B. $\vec{AC_1}$ C. $\vec{AD}$ D. $\vec{AB}$

2. 已知 $\mathbf{a}=(2, -1, 3)$, $\mathbf{b}=(-1, 4, -2)$, $\mathbf{c}=(1, 3, \lambda)$, 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 三向量共面, 则实数 λ 等于()

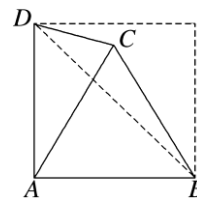
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 若向量 $\mathbf{a}=(x, 4, 5)$, $\mathbf{b}=(1, -2, 2)$, 且 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{6}$, 则 x 等于()

- A. 3 B. -3 C. -11 D. 3 或 -11

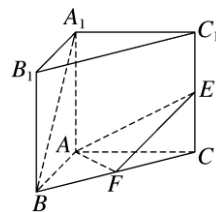
4. 如图, 将边长为 1 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角, 若点 P 满足 $\vec{BP} = \frac{1}{2}\vec{BA} - \frac{1}{2}\vec{BC} + \vec{BD}$, 则 $|\vec{BP}|^2$ 的值为()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{9}{4}$



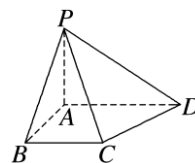
5. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=AC=AA_1=2$, $\angle BAC=90^\circ$, E, F 分别为 CC_1, BC 的中点, 则点 B_1 到平面 AEF 的距离为()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. 2 C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{6}$



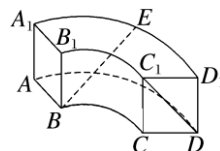
6. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AB \perp AD$, $BC \parallel AD$, 且 $AB=BC=2$, $AD=3$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$ 且 $PA=2$, 则 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值为()

- A. $\frac{\sqrt{42}}{7}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{7}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$



7. 中国古代数学瑰宝《九章算术》中记载了一种称为“曲池”的几何体, 该几何体为上、下底面均为扇环形的柱体(扇环是指圆环被扇形截得的部分). 现有一个如图所示的曲池, 其中 $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$, 底面扇环所对的圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$, 扇环对应的两个圆的半径之比为 $1:2$, $AB=1$, $AA_1=1$, E 是 A_1D_1 的中点, 则异面直线 BE 与 C_1D 所成角的余弦值为()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{8}$ C. $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$



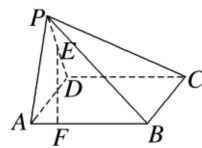
8.如图, 已知在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是边长为 2 的正方形, $\triangle PAD$ 是以 AD 为斜边的等腰直角三角形, $AB \perp$ 平面 PAD , 点 E 是线段 PD 上的动点(不含端点), 若线段 AB 上存在点 F (不含端点), 使得异面直线 PA 与 EF 成 30° 的角, 则线段 PE 长度的取值范围是()

A. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$

B. $(0, \frac{\sqrt{6}}{3})$

C. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2})$

D. $(\frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{2})$



二、多项选择题(本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分)

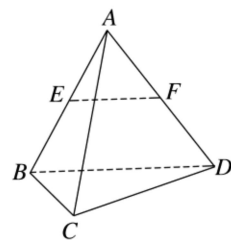
9.如图所示, 在棱长为 1 的正四面体 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, AD 的中点, 则下列计算结果正确的是()

A. $\vec{EF} \cdot \vec{BA} = \frac{1}{4}$

B. $\vec{EF} \cdot \vec{BD} = \frac{1}{2}$

C. $\vec{EF} \cdot \vec{DC} = -\frac{1}{4}$

D. $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \frac{1}{2}$



10. 已知空间三点 $A(1,0,3), B(-1,1,4), C(2, -1,3)$. 若 $\vec{AP} \parallel \vec{BC}$, 且 $|\vec{AP}| = \sqrt{14}$, 则点 P 的坐标为()

A. $(4, -2, 2)$

B. $(-2, 2, 4)$

C. $(-4, 2, -2)$

D. $(2, -2, 4)$

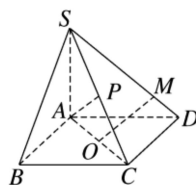
11.如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, $AS \perp$ 平面 $ABCD$, $AS = AB$, O, P 分别是 AC, SC 的中点, M 是棱 SD 上的动点, 则下列选项正确的是()

A. $OM \perp PA$

B. 存在点 M , 使得 $OM \parallel$ 平面 SBC

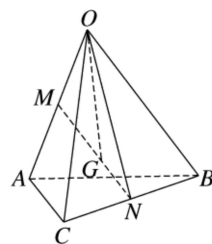
C. 存在点 M , 使得直线 OM 与 AB 所成的角为 30°

D. 点 M 到平面 $ABCD$ 与平面 SAB 的距离和为定值

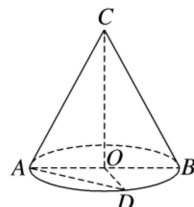


三、填空题(本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

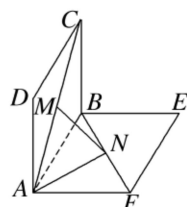
12.已知三棱锥 $O-ABC$, M, N 分别是棱 OA, BC 的中点, 点 G 在线段 MN 上, 且 $MG = 2GN$, 设 $\vec{OA} = \mathbf{a}, \vec{OB} = \mathbf{b}, \vec{OC} = \mathbf{c}$, 则 $\vec{OG} =$ _____.(用基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示)



13.如图, 圆锥的底面直径 $AB = 2$, 高 $OC = \sqrt{2}$, D 为底面圆周上的一点, $\angle AOD = 120^\circ$, 则直线 AD 与 BC 所成角的大小为 _____.



14.如图, 正方形 $ABCD$, $ABEF$ 的边长都是 1, 而且平面 $ABCD, ABEF$ 互相垂直, 点 M 在 AC 上移动, 点 N 在 BF 上移动, 若 $CM = BN = a (0 < a < \sqrt{2})$, 则线段 MN 最短为 _____.



四、解答题(本题共 5 小题，共 77 分)

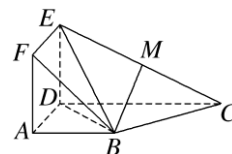
15. (13 分)已知 $\mathbf{a}=(x,4,1)$, $\mathbf{b}=(-2, y, -1)$, $\mathbf{c}=(3, -2, z)$, $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, $\mathbf{b} \perp \mathbf{c}$, 求:

(1) $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$; (6 分)(2) $\mathbf{a}+\mathbf{c}$ 与 $\mathbf{b}+\mathbf{c}$ 夹角的余弦值. (7 分)

16.(15 分)如图，正方形 $ADEF$ 与梯形 $ABCD$ 所在的平面互相垂直， $AD \perp CD$, $AB \parallel CD$, $AB=AD=2$, $CD=4$, M 为 CE 的中点.

(1)求证: $BM \parallel$ 平面 $ADEF$; (7 分)

(2)求证: $BC \perp$ 平面 BDE .(8 分)

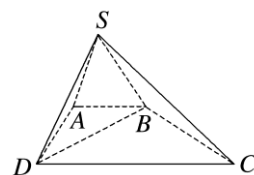


17. (15 分)在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面 ABC 为正三角形，且侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC ，且底面边长与侧棱长都等于 2, O , O_1 分别为 AC , A_1C_1 的中点，求平面 AB_1O_1 与平面 BC_1O 间的距离.

18.(17 分)如图，在四棱锥 $S-ABCD$ 中， $\angle DAB = \angle ADC = 2\angle ABD = 2\angle BCD = 90^\circ$, $CB=BD=2\sqrt{2}$, $SB=SD=\sqrt{6}$, $SD \perp BC$.

(1)求证: 平面 $SBD \perp$ 平面 SBC ; (7 分)

(2)若点 P 在线段 SC 上，且 $\frac{CP}{CS}=\lambda$, 平面 ABP 与平面 SBD 的夹角为 60° , 求 λ 的值. (10 分)



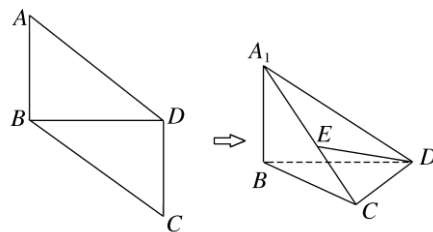
19. (17 分)如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=1$, $BD=\sqrt{2}$, $\angle ABD=90^\circ$, 将 $\triangle ABD$ 沿对角线 BD 折起, 折后的点 A 变为 A_1 , 且 $A_1C=2$.

(1)求证: 平面 $A_1BD \perp$ 平面 BCD ; (5 分)

(2)求异面直线 BC 与 A_1D 所成角的余弦值; (5 分)

(3)若 E 为线段 A_1C 上的一个动点, 当线段 EC 的长为多少时, DE 与平

面 BCD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{7}}{7}$? (7 分)



仅供会东县中学使用