

成都七中2026 届高三上学期《空间向量与立体几何》单元测试

考试时间：90 分钟

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共计 40 分。每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知向量 $\vec{a} = (1, 1, 2)$, $\vec{b} = (x, 1, 2x - 3)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $x =$ ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

2. 已知 O 是坐标原点, 空间向量 $\vec{OA} = (1, 1, 2)$, $\vec{OB} = (-1, 3, 4)$, $\vec{OC} = (2, 4, 4)$, 若线段 AB 的中点为 D , 则 $|\vec{CD}| =$ ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. 3 C. 8 D. 9

3. 若平面 α 的法向量 $\vec{n} = (1, 2, -3)$, 直线 l 的方向向量 $\vec{m} = (1, 1, 1)$, 则 ()

- A. $l \parallel \alpha$ B. $l \perp \alpha$ C. $l \subset \alpha$ D. $l \parallel \alpha$ 或 $l \subset \alpha$

4. 已知向量 $\vec{p}$ 在基底 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 下的坐标为 $(1, -2, -1)$, 则向量 $\vec{p}$ 在基底 $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{c}, \vec{b} + \vec{c}\}$ 下的坐标是 ()

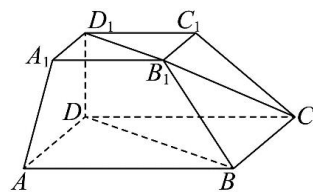
- A. $(3, -2, 1)$ B. $(-2, 1, 0)$ C. $(0, 1, -2)$ D. $(4, -3, 2)$

5. 如图, 在四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, 侧棱 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$,

$AD \perp BD$ $AB = 2AD = 2A_1B_1 = 4$, $\angle DAB = 60^\circ$. 若四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $\frac{7\sqrt{3}}{3}$. 则直线 B_1C

与平面 ADD_1A_1 所成角的正弦值 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

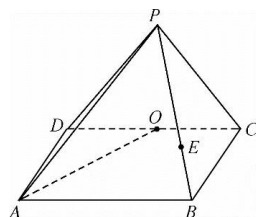


6. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2$, $AA_1 = AD = 4$, E 为 C_1D_1 的中点, 则 A 到平面 B_1CE 的距离为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

7. 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 平面 $PCD \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是矩形, $AB = 2BC = 6$, $PC \perp PD$, $PC = PD$, 点 O 是 CD 的中点, 则线段 PB 上的动点 E 到直线 AO 的距离的最小值为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{6}$ D. 3



8. 在平面中, 给定一点和一条直线的法向量可以唯一确定一条直线. 如点 $A(1,2)$ 在直线 l 上, $\vec{n}=(1,3)$ 为直线 l 的一个法向量, 则直线 l 上任意一点 $B(x,y)$ 满足 $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0$, 则

$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = (x-1, y-2) \cdot (1, 3) = x-1+3(y-2) = 0$, 化简可得 $x+3y-7=0$, 即为直线 l 的方程. 类似的,

在空间中, 给定一点和一个平面的法向量可以唯一确定一个平面. 若在空间直角坐标系中, 下列选项正确的是 ()

A. 已知 $P(2,0,4), M(2,4,0), N(1,4,4)$. 则平面 PMN 的方程 $4x+y+z-2=0$

B. $H(x_0, y_0, z_0)$ 到平面 $Ax+By+Cz+D=0$ 的距离为 $\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

C. $\overrightarrow{AB}=(1,2,1)$, 直线 AB 与平面 $x+y+z-2=0$ 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

D. 平面过 $P_0(x_0, y_0, z_0)$, 法向量为 $\vec{n}=(a,b,c)$, 则平面方程为 $a(x+x_0)+b(y+y_0)+c(z+z_0)=0$

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 是空间中三个向量, 则下列说法错误的是 ()

A. 对于空间中的任意一个向量 $\vec{m}$, 总存在实数 x, y, z , 使得 $\vec{m} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

B. 若 $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ 是空间的一个基底, 则 $\{\vec{i}-3\vec{j}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}-2\vec{i}\}$ 也是空间的一个基底

C. 若 $\vec{i} \perp \vec{j}, \vec{k} \perp \vec{j}$, 则 $\vec{i} \parallel \vec{k}$

D. 若 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 所在直线两两共面, 则 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 共面

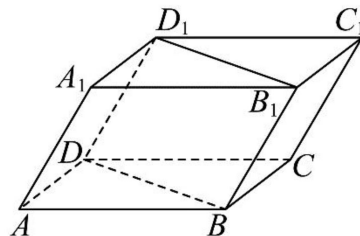
10. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=AA_1=1$, $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \angle BAD = 60^\circ$.

A. 四边形 BDD_1B_1 为正方形;

B. $AC_1 = \sqrt{6}$

C. AB_1 与 BD_1 所成的角为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $A_1C \perp$ 面 BDD_1B_1



11. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F 分别是棱 AB, A_1B_1 的中点, 动点 P 为动点, 则下列命题正确的是 ()

A. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD}$, 其中 $\lambda, \mu \in (0, 1]$, $\lambda = 2\mu$, 则平面 $AB_1P \perp$ 平面 DEF

B. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD}$, 其中 $\lambda, \mu \in (0, 1]$, $\lambda = \mu$, 则 D_1P 与 A_1C_1 所成角的取值范围为 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$

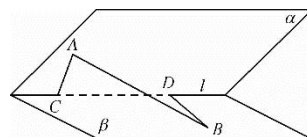
C. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD}$, 其中 $\lambda, \mu \in (0, 1]$, $\lambda + \mu = \frac{3}{2}$, 则三棱锥 $P-BDF$ 的体积为定值

D. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$, 其中 $\lambda \in [0, 1]$, 若 $\angle BPD$ 是锐角, 则线段 C_1P 长度的取值范围为 $\left(0, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

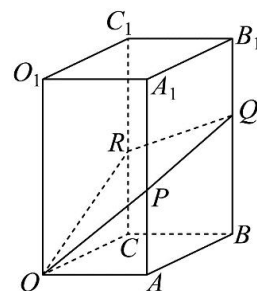
三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 点 $(1, 2, 3)$ 关于 Oyz 平面的对称点坐标为_____.

13. 如图, 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 60° , $A \in \alpha, B \in \beta, C, D \in l, AC \perp l, BD \perp l$ 且 $AC = BD = 2, CD = 4$, 则 $AB =$ _____.



14. 如图, 正四棱柱 $OABC-O_1A_1B_1C_1$ 中, 底面边长为 1, 点 P, R 分别在 AA_1, CC_1 上, 过 O, P, R 做截面与棱 BB_1 交于 Q , 若 $\angle AOP = \alpha, \angle COR = \beta$, 若 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$, 则四边形 $OPQR$ 面积的最大值_____.

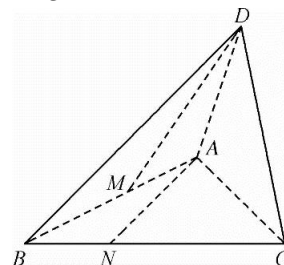


四、解答题: 本大题共 5 小题, 共计 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $AB = 3, AC = AD = 2, \angle BAD = \angle CAD = \frac{2\pi}{3}, \angle BAC = \frac{\pi}{2}$, 点 M, N 分别在棱 AB, BC 上, 且 $AM = BM, CN = 2BN$.

(1) 用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ 表示 $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{DM}$;

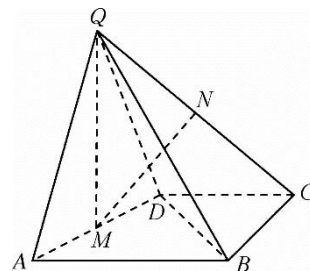
(2) 求异面直线 AN, DM 所成角的余弦值.



16. (15分) 如图, 在四棱锥 $Q-ABCD$ 中, $CD \parallel AB, BC \perp AB$, 平面 $QAD \perp$ 平面 $ABCD, QA = QD, M, N$ 分别是 AD, CQ 的中点.

(1) 证明: $QM \perp BD$;

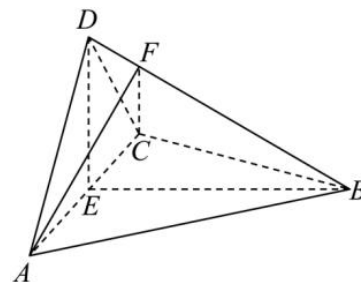
(2) 若 $AD = AB = 2CD = 2$, 直线 MN 与平面 QBC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{42}}{7}$, 求 QM 的长度.



17. (15分) 如图, 四面体 $ABCD$ 中, $AD \perp CD, AD = CD, \angle ADB = \angle BDC$, E 为 AC 的中点.

(1) 证明: 平面 $BED \perp$ 平面 ACD ;

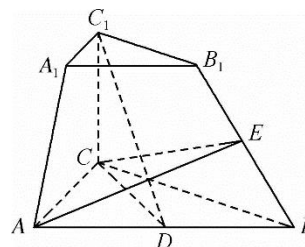
(2) 设 $AB = BD = 2, \angle ACB = 60^\circ$, 点 F 在 BD 上, 当 $\triangle AFC$ 的面积最小时, 求 CF 与平面 ABD 所成的角的正弦值.



18. (17分) 如图, 在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $AB = 2A_1B_1 = 4, CC_1 = 2$, 侧棱 $CC_1 \perp$ 平面 ABC , 点 D 是棱 AB 的中点, 点 E 是棱 BB_1 上的动点 (不含端点 B).

(1) 证明: 平面 $AA_1B_1B \perp$ 平面 DCC_1 ;

(2) 求平面 ABE 与平面 ACE 所成角的余弦值的最小值.



19. (17分) 如图, PO 是三棱锥 $P-ABC$ 的高, $PA = PB, AB \perp AC$, E 是 PB 的中点.

(1) 证明: $OE \parallel$ 平面 PAC ;

(2) 若 $\angle ABO = \angle CBO = 30^\circ, PO = 3, PA = 5$, 求二面角 $C-AE-B$ 的正弦值.

(3) 四面体 $P-ABC$ 的体积为 V , 点 M 为 AC 棱的中点, 点 $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BM}$, 点 N 为线段 PF 的中点, 过点 N 的

平面 α 与棱 PC, PA, PB 分别交于 G, H, Q , 设四面体 $P-GHQ$ 为 V' ,

求 $\frac{V'}{V}$ 的最小值;

