

国庆作业答案——第十章概率

一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. 答案 D

解析 抛掷一枚硬币, 有正面朝上和反面朝上两种可能, 概率均为 $\frac{1}{2}$, 与第几次抛掷无关.

2. 答案 B

解析 由表格可知, 男婴出生的频率依次约为 0.49, 0.54, 0.50, 0.50, 故这一地区男婴出生的概率约为 0.5.

3. 答案 D

解析 设第 $i(i=1,2)$ 次打开门为事件 A_i , 则第二次才将门打开的概率为 $P(\overline{A_1}A_2) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$.

4. 答案 D

解析 甲中学的女排要获胜, 必须赢得其中两局, 可以是第一、二局, 也可以是第一、三局, 也可以是第二、三局. 故甲中学的女排获胜的概率 $P = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \frac{3}{5} \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \frac{3}{5} + \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{81}{125}$.

5. 答案 D

解析 由题意, 事件三只豚鼠中至少一只被感染的对立事件为三只豚鼠都没被感染, 随机数中满足三只豚鼠都没被感染的有 907, 966, 569, 556, 989, 共 5 个, 故三只豚鼠都没被感染的概率为 $\frac{5}{20} = 0.25$, 则三只豚鼠中至少一只被感染的概率为 $1 - 0.25 = 0.75$.

6. 答案 B

解析 所有的样本点为(红, 红, 红), (红, 红, 蓝), (红, 蓝, 红), (蓝, 红, 红), (红, 蓝, 蓝), (蓝, 红, 蓝), (蓝, 蓝, 红), (蓝, 蓝, 蓝), 共 8 个. 三次都是蓝球的样本点只有 1 个, 其概率是 $\frac{1}{8}$, 根据对立事件的概率之间的关系, 可得所求概率为 $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

7. 答案 D

解析 设这周能进行决赛为事件 A , 恰好在周三、周四、周五进行决赛分别为事件 A_3, A_4, A_5 , 则 $A = A_3 \cup A_4 \cup A_5$, 又事件 A_3, A_4, A_5 两两互斥, 故 $P(A) = P(A_3) + P(A_4) + P(A_5) = \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{2}\right)$

$$\times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}.$$

8. 答案 C

解析 设从质量在 $[80,85]$ 内的苹果中抽取 x 个, 则从质量在 $[95,100]$ 内的苹果中抽取 $(4-x)$ 个, 因为频数分布表中 $[80,85]$, $[95,100]$ 两组的频数分别为 5,15, 所以 $5:15=x:(4-x)$, 解得 $x=1$, 即抽取的 4 个苹果中质量在 $[80,85]$ 内的有 1 个, 记为 a , 质量在 $[95,100]$ 内的有 3 个, 记为 b_1, b_2, b_3 , 任取 2 个有 $ab_1, ab_2, ab_3, b_1b_2, b_1b_3, b_2b_3$, 共 6 个样本点, 其中有 1 个苹果的质量在 $[80,85]$ 内的样本点有 ab_1, ab_2, ab_3 , 共 3 个, 所以所求概率为 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

二、多项选择题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 答案 BD

解析 6 张卡片中一次任意取出 2 张卡片的所有情况有“2 张都为红色”“2 张都为绿色”“2 张都为蓝色”“1 张为红色 1 张为绿色”“1 张为红色 1 张为蓝色”“1 张为绿色 1 张为蓝色”, 选项中给出的四个事件中与“2 张都为红色”互斥而非对立的有“2 张恰有一张红色”“2 张都为绿色”, 其中“2 张至少有一张为红色”包含事件“2 张都为红色”, 二者并非互斥事件, “2 张不全为红色”与“2 张都为红色”是对立事件.

10. 答案 BCD

解析 对于 A, 由互斥事件的定义可知, 事件 A, B 互斥, 则 A 与 $\overline{B}$ 也是互斥事件不成立, 故 A 错误;

对于 B, 若事件 A 与事件 B 是相互独立事件, 则 A 与 $\overline{B}$, $\overline{A}$ 与 B , $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 都是相互独立事件, 故 B 正确;

对于 C, 若 A 与 B 相互独立, 则

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.6 + 0.2 - P(AB) = 0.8 - P(A)P(B) = 0.8 - 0.6 \times 0.2 = 0.68, \text{ 故 C 正确;}$$

对于 D, 若 A 与 B 相互独立, 则

$$P(\overline{A} \overline{B}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = [1 - P(A)][1 - P(B)] = (1 - 0.8) \times (1 - 0.7) = 0.06, \text{ 故 D 正确.}$$

11. 答案 BD

解析 利用 1,5,6 三个数字可以排成 156,165,516,561,615,651, 共 6 个不同的三位数;

三位数为偶数的有 156,516, 共 2 个, 相应的概率 $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; 三位数为奇数的有 165,561,615,651, 共 4

个, 相应的概率 $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; 大于 400 的三位数的个数为 4, 所以相应的概率 $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

12. 答案 BC

解析 (a, b) 有 $(1, -1), (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2, -1), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3, -1), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4)$, 共 15 种情况, 故 A 不正确;

函数 $y = f(x)$ 有零点等价于 $\Delta = b^2 - 4a \geq 0$, 有 $(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4)$, 共 6 种情况, 所以函数 $y = f(x)$ 有零点的概率为 $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$, 故 B 正确;

因为 $a > 0$, 函数 $y = f(x)$ 图象的对称轴为直线 $x = \frac{b}{2a}$, 且在区间 $[1, +\infty)$ 上单调递增, 所以有 $\frac{b}{2a} \leq 1$. 满足条件的数对有 $(1, -1), (1,1), (1,2), (2, -1), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3, -1), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4)$, 共 13 种情况, 所以函数 $y = f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上单调递增的概率为 $\frac{13}{15}$, 故 C 正确, D 错误.

三、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 答案 160 000

解析 设保护区内有鹅喉羚 x 只, 每只鹅喉羚被逮到的概率是相同的, 所以 $\frac{400}{x} = \frac{2}{800}$, 解得 $x = 160\ 000$.

14. 答案 0.44

解析 由独立事件概率乘法公式可得, 甲完成工作而乙没有完成的概率为 $0.6 \times (1 - 0.8) = 0.12$, 乙完成工作而甲没有完成的概率为 $(1 - 0.6) \times 0.8 = 0.32$, 故所求概率为 $0.12 + 0.32 = 0.44$.

15.

答案 $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$

解析 因为在 1,2,3,4 四个数中随机地抽取一个数记为 a , 再在剩余的三个数中随机地抽取一个数记为 b , 所以样本点总数 $n = 4 \times 3 = 12$.

“ $\frac{a}{b}$ 不是整数”包含的样本点有 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}$, 共 8 个, 所以“ $\frac{a}{b}$ 不是整数”的概率为 $\frac{8}{12} =$

$\frac{2}{3}$. “ $\frac{a}{b}$ 是整数”与“ $\frac{a}{b}$ 不是整数”是对立事件, 其概率为 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

16. 答案 $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{10}$

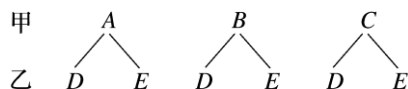
解析 设“甲射击一次, 命中目标”为事件 A , “乙射击一次, 命中目标”为事件 B , 则“甲射击一次, 未命中目标”为事件 $\overline{A}$, “乙射击一次, 未命中目标”为事件 $\overline{B}$,

则 $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(\overline{A}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$, $P(B) = p$, $P(\overline{B}) = 1 - p$, 依题意得 $\frac{3}{5} \times (1 - p) + \frac{2}{5} \times p = \frac{9}{20}$, 解得 $p = \frac{3}{4}$.

得分之和不少于 2 的对立事件为得分之和为 0, 故所求概率为 $1 - \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{10}$.

四、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分)

17. 解 (1)画出树形图如图.



则选购方案为 (A, D) , (A, E) , (B, D) , (B, E) , (C, D) , (C, E) .

(2) A 型号电脑被选中的情形为 (A, D) , (A, E) , 即含 2 个样本点, 所以 A 型号电脑被选中的概率为 $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

18. 解 (1)记“甲抽到足球票”为事件 A , “乙抽到足球票”为事件 B , “甲抽到排球票”为事件 $\overline{A}$,

“乙抽到排球票”为事件 $\overline{B}$, 则 $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(\overline{A}) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{2}{5}$, $P(\overline{B}) = \frac{3}{5}$.

由于甲(或乙)是否抽到足球票对乙(或甲)是否抽到足球票没有影响, 因此 A 与 B 是相互独立事件.

“甲、乙两人都抽到足球票”为事件 AB , 根据相互独立事件的概率公式,

得 $P(AB) = P(A)P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$.

(2)甲、乙两人都未抽到足球票的概率为 $P(\overline{A} \overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$,

所以两人中至少有 1 人抽到足球票的概率为 $P = 1 - P(\overline{A} \overline{B}) = 1 - \frac{6}{25} = \frac{19}{25}$.

19. 解 (1)由题意, 得工厂总数为 $18 + 27 + 18 = 63$, 样本容量与总体中的个体数的比为 $\frac{7}{63} = \frac{1}{9}$, 所

以从 A , B , C 三个区分别抽取的工厂个数为 2, 3, 2.

(2)设 A_1 , A_2 为在 A 区中抽得的 2 个工厂, B_1 , B_2 , B_3 为在 B 区中抽得的 3 个工厂, C_1 , C_2 为在 C 区

中抽得的 2 个工厂, 在这 7 个工厂中随机抽取 2 个, 样本点有 $(A_1, A_2), (A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_1, B_3), (A_1, C_1), (A_1, C_2), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_2, B_3), (A_2, C_1), (A_2, C_2), (B_1, B_2), (B_1, B_3), (B_1, C_1), (B_1, C_2), (B_2, B_3), (B_2, C_1), (B_2, C_2), (B_3, C_1), (B_3, C_2), (C_1, C_2)$, 共 21 个, 则随机抽取的 2 个工厂中至少有 1 个来自 A 区的样本点有 $(A_1, A_2), (A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_1, B_3), (A_1, C_1), (A_1, C_2), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_2, B_3), (A_2, C_1), (A_2, C_2)$, 共 11 个, 所以这 2 个工厂中至少有 1 个来自 A 区的概率 $P = \frac{11}{21}$.

20. 解 (1)由互斥事件的概率加法公式和相互独立事件同时发生的概率公式得, 所求的概率为 $\left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{6}$.

(2)设“第 i 个电话打给甲”为事件 $A_i (i = 1, 2, 3)$,

则这三个电话中恰有两个是打给甲的事件为 $A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 A_3$,

其概率为 $P(A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 A_3) = P(A_1 A_2 \bar{A}_3) + P(A_1 \bar{A}_2 A_3) + P(\bar{A}_1 A_2 A_3)$

$$= P(A_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(A_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(A_3)$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) + \frac{1}{6} \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{6} + \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{5}{72}.$$

21. 解 (1)因为“购买基金”的投资结果只有“获利”“不赔不赚”“亏损”三种, 且三种投资结果相互独立, 所以 $p + \frac{1}{3} + q = 1$, 又 $p = \frac{1}{4}$, 所以 $q = \frac{5}{12}$.

(2)记事件 A 为“甲投资股市且获利”, 事件 B 为“乙购买基金且获利”, 事件 C 为“一年后甲、乙两人中至少有一人投资获利”, 则 $C = A\bar{B} \cup \bar{A}B \cup AB$, 且 A, B 相互独立. 由题意可知 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = p$.

$$\text{所以 } P(C) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(AB) = \frac{1}{2} \times (1 - p) + \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}p = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}p.$$

因为 $P(C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}p > \frac{4}{5}$, 所以 $p > \frac{3}{5}$. 又 $p + \frac{1}{3} + q = 1$, $q \geq 0$, 所以 $p \leq \frac{2}{3}$. 所以 $\frac{3}{5} < p \leq \frac{2}{3}$.

22. 解 (1)将 30 个数据由小到大排列如下:

0.07 0.24 0.39 0.54 0.61 0.66 0.73 0.82 0.82 0.82 0.87 0.91 0.95 0.98

0.98 1.02 1.02 1.08 1.14 1.20 1.20 1.26 1.29 1.31 1.37 1.40 1.44 1.58

1.62 1.68 则数据的中位数为 $\frac{0.98 + 1.02}{2} = 1$,

0.82 出现 3 次, 0.98 出现 2 次, 1.02 出现 2 次, 1.20 出现 2 次, 其余均出现 1 次,

则数据的众数为 0.82.

(2)①记“两条鱼最终均在 A 水池”为事件 A,

则 $P(A) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$, 记“两条鱼最终均在 B 水池”为事件 B,

则 $P(B) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$, $\because$ 事件 A 与事件 B 互斥, $\therefore$ 两条鱼最终在同一水池的概率为

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}.$$

②记“两条鱼均从第一个小孔通过”为事件 C_1 , “两条鱼均从第二个小孔通过”为事件 C_2 , $\dots$, 依

此类推, 而两条鱼的游动相互独立, $\therefore P(C_1) = P(C_2) = \dots = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$,

记“两条鱼由不同小孔进入 B 水池”为事件 C, 则 C 与 $C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_{10}$ 对立,

又由事件 C_1 , 事件 C_2 , $\dots$, C_{10} 互斥, $\therefore P(\overline{C}) = P(C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_{10}) = 10 \times \frac{1}{100} = \frac{1}{10}$. 即 $P(C) = 1 - P(\overline{C})$

$$= \frac{9}{10}.$$