

成都七中2026 届高三上学期数学测试题（10.8）答案

1. B 2. A 3. D 4. D 5. A 6. D 7. C 8. C

9. BCD 10. ABC 11. AC 12. $m = -1$ 或 $m = 0$ 13. $4x - y = 0$ 或 $x - y + 3 = 0$ 14. 80π

8. 对于 A、B，如图，过 A 作 $AE \parallel BD$ ，且 $AE = BD$ ，连接 ED ， EC ，

由 $AC \perp l$ ， $BD \perp l$ ， $AC = AB = BD = 1$ ，所以 $AE \perp l$ ，则 $ABDE$ 为正方形，

则 $AB \parallel DE$ ， $\angle CDE$ 即为直线 AB 与 CD 所成角， $\angle CAE$ 为二面角 $\alpha - l - \beta$ 的平面角，

当 $\angle CAE = 60^\circ$ 时，易得 $CE = DE = 1$ ，

又 $AC \perp l$ ， $BD \perp l$ ， $AC \cap AE = A$ ， $AC, AE \subset$ 平面 AEC ，所以 $l \perp$ 平面 AEC ，

即 $DE \perp$ 面 AEC ， $EC \subset$ 面 AEC ，所以 $DE \perp EC$ ，所以 $\triangle DEC$ 为等腰直角三角形，

故 $\angle CDE = 45^\circ$ ，即直线 AB 与 CD 所成角为 45° ，故 A 正确；

取 AE 的中点 G ，连接 CG ， DG ，因为 $\triangle AEC$ 为等边三角形，所以 $CG \perp AE$ ，

又 $DE \perp$ 面 AEC ， $CG \subset$ 面 AEC ，所以 $DE \perp CG$ ，

$AE \cap DE = E$ ， $AE, DE \subset$ 平面 β ，所以 $CG \perp$ 平面 β ，

所以 $\angle CDG$ 即为直线 CD 与平面 β 所成角，因为 $CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = \sqrt{2}$ ， $CG = \sqrt{CA^2 - AG^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

所以 $\sin \angle CDG = \frac{CG}{CD} = \frac{\sqrt{6}}{4}$ ，即直线 CD 与平面 β 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ，故 B 正确；

对于 C，过 A 作 $AE \parallel BD$ ，且 $AE = BD$ ，连接 ED ， EC ，

由 $AC \perp l$ ， $BD \perp l$ ， $AC = AB = BD = 1$ ，所以 $AE \perp l$ ，则 $ABDE$ 为正方形，则 $AB \parallel DE$ ，

又 $AC \perp l$ ， $BD \perp l$ ， $AC \cap AE = A$ ， $AC, AE \subset$ 平面 AEC ，所以 $l \perp$ 平面 AEC ，

所以 $DE \perp$ 平面 AEC ， $\angle CAE$ 为二面角 $\alpha - l - \beta$ 的平面角，

若 $CD = \sqrt{2}$ ，则 $CE = \sqrt{CD^2 - DE^2} = 1$ ，所以 $AC = AE = CE = 1$ ，即 $\triangle AEC$ 为等边三角形，

所以 $\angle CAE = 60^\circ$ ，即二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小为 60° ，

取 BD 的中点 F ，连接 GF ， CF ，则 $GF \parallel AB$ ，所以 $GF \perp DB$ ，

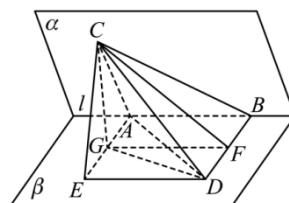
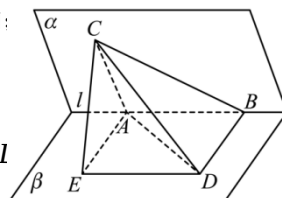
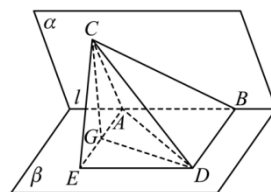
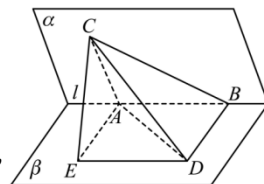
由三垂线法可知 $\angle CFG$ 即为二面角 $C - BD - A$ 的平面角，又 $GF = 1$ ，所以 $CF = \sqrt{CG^2 + GF^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ，

所以 $\cos \angle CFG = \frac{GF}{CF} = \frac{1}{\frac{\sqrt{7}}{2}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ ，所以二面角 $C - BD - A$ 的余弦值为 $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ ，故 C 错误；

对于 D，四面体 $ABCD$ 的外接球即为四棱锥 $C - ABDE$ 的外接球，

又 $DE \perp$ 平面 AEC ， $DE \subset$ 平面 $ABDE$ ，所以平面 $ABDE \perp$ 平面 AEC ，

所以将四棱锥 $C - ABDE$ 补全为直三棱柱 $BDH - AEC$ ，



则四棱锥 $C-ABDE$ 的外接球即为直三棱柱 $BDH-AEC$ 的外接球，

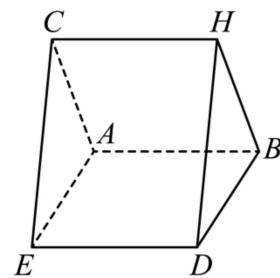
设 $\triangle AEC$ 外接圆的半径为 r ，则 $2r = \frac{CE}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，

设四棱锥 $C-ABDE$ 的外接球的半径为 R ，则 $(2R)^2 = (2r)^2 + AB^2 = \frac{7}{3}$ ，

所以四棱锥 $C-ABDE$ 的外接球的表面积 $S = 4\pi R^2 = \frac{7}{3}\pi$ ，

故四面体 $ABCD$ 外接球的表面积为 $\frac{7}{3}\pi$ ，故 D 正确。

故选：C



11. 底面正方形 AA_1D_1D 的面积不变， P 到平面 AA_1D_1D 的距离为正方体棱长，

故四棱锥 $P-AA_1D_1D$ 的体积不变，故 A 正确；

D_1P 与 A_1C_1 所成的角即为 D_1P 与 AC 所成的角，

当 P 在端点 A, C 时，所成的角最小，为 $\frac{\pi}{3}$ ，

当 P 在 AC 的中点时，所成的角最大，为 $\frac{\pi}{2}$ ，故 B 错误；

由于 P 在正方体表面上， P 的轨迹为对角线 AB_1, AD_1 ，

以及在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内以 A_1 为圆心、2 为半径的 $\frac{1}{4}$ 圆弧，

（由于 $AA_1 = 2, A_1P = 2$ ，所以在 $\text{Rt}\triangle AA_1P$ 中， $\angle A_1PA = \frac{\pi}{4}$ ，

即直线 AP 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的角为 45° ，

又由于平面 $A_1B_1C_1D_1 \parallel$ 平面 $ABCD$ ，所以直线 AP 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45° ）

如图①，故 P 的轨迹长度为 $\pi + 4\sqrt{2}$ ，故 C 正确；

分别取 $A_1D_1, DD_1, BC, B_1B, CD$ 的中点 M, N, S, E, P ，

由正方体的性质可知 M, N, S, E, P, F 六点共面，且为正六边形 $MNPSEF$ ，

由中位线定理， $MF \parallel B_1D_1$ ， $B_1D_1 \subset$ 平面 B_1CD_1 ，所以 $MF \parallel$ 平面 B_1CD_1 ，

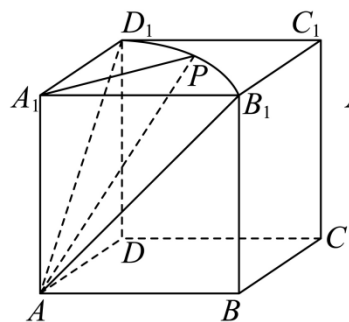
同理 $MN \parallel$ 平面 B_1CD_1 ，且 $MF \cap MN = M$ ， $MF, MN \subset$ 平面 $MNPSEF$ ，

所以平面 $MNPSEF \parallel$ 平面 B_1CD_1 ，

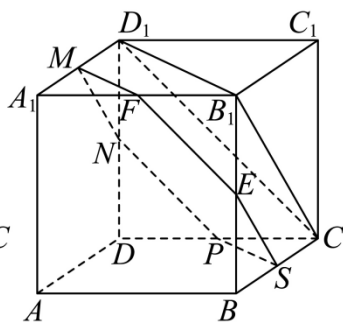
所以 FP 所在的平面为如图②所示的正六边形，

当 P 为 BC 的中点时, FP 的长最小, 为 $\sqrt{6}$, 故 D 错误.

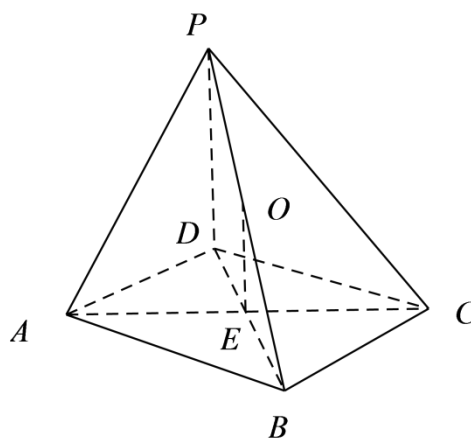
故选: AC.



图①



图②



14. 过点 A 作 $AD \parallel BC$, 过点 C 作 $CD \parallel AB$, AD 与 CD 相交于点 D , 连接 PD , 因为 $AB \perp BC$, 所以 $AD \perp CD$, 又 $AB = BC = 4$, 所以四边形 $ABCD$ 为正方形, 所以 $CD = AD = 4$, 异面直线 PA , BC 所成角为 $\angle PAD$, 所以 $\angle PAD = \frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$, 因为 $AB \perp BC$, 所以 $AB \perp AD$, 又因为 $AB \perp PA$, $PA \cap AD = A$, 所以 $AB \perp$ 平面 PAD , 因为 $PD \subset$ 平面 PAD , 所以 $AB \perp PD$, 故 $CD \perp PD$, 因为 $PC = 8$, 由勾股定理得: $PD = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$,

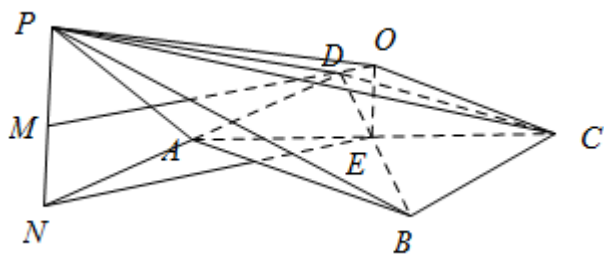
当 $\angle PAD = \frac{\pi}{3}$ 时, 如图, 在 $\triangle PAD$ 中, 由余弦定理得: $\cos \angle PAD = \frac{PA^2 + AD^2 - PD^2}{2PA \cdot AD} = \frac{1}{2}$, 解得: $PA = 8$, 则 $PD^2 + AD^2 = PA^2$, 所以 $PD \perp AD$, 因为 $AD \cap AB = A$, 所以 $PD \perp$ 平面 $ABCD$, 取 PB 中点 O , 对角线 AC , BD 相交于点 E , 则 E 为 BD 中点, 连接 OE , 则 $OE \parallel PD$, 所以 $OE \perp$ 平面 $ABCD$, 则点 O 即为该三棱锥外接球的球心, 其中 $OE = \frac{1}{2}PD = 2\sqrt{3}$, $EB = 2\sqrt{2}$, 由勾股定理得: $OB = \sqrt{12 + 8} = 2\sqrt{5}$, 即半径 $r = 2\sqrt{5}$, 外接球表面积为 $4\pi r^2 = 80\pi$.

当 $\angle PAD = \frac{2\pi}{3}$ 时, 如图, 在 $\triangle PAD$ 中, 由余弦定理得: $\cos \angle PAD = \frac{PA^2 + AD^2 - PD^2}{2PA \cdot AD} = -\frac{1}{2}$, 解得: $PA = 4$, 则过点 P 作 $PN \perp AD$ 交 DA 的延长线于点 N , 则 $\angle PAN = \frac{\pi}{3}$, 故 $AN = \frac{1}{2}PA = 2$, $PN = 2\sqrt{3}$, 因为 $AB \perp$ 平面 PAD , $PN \subset$ 平面 PAD , 所以 $AB \perp PN$, 因为 $AD \cap AB = A$, 所以 $PN \perp$ 平面 $ABCD$, 对角线 AC , BD 相交于点 E , 根据 $\triangle ABC$ 为直角三角形, AC 为斜边, 故 E 为球心 O 在平面 ABC 的投影, 即 $OE \perp$ 平面 $ABCD$, 过点 O 作 $OM \perp PN$ 于点 M , 连接 EN , OP , OC , 则 $OM = EN$, $OE = MN$, $OC = OP$ 且为外接球半径, 其中 $\angle NAE = 135^\circ$,

由余弦定理得: $EN = \sqrt{AN^2 + AE^2 - 2AN \cdot AE \cos \angle NAE} = 2\sqrt{5}$, 设 $OE = MN = h$, 由勾股定理得:

$$PM^2 + OM^2 = OE^2 + EC^2, \text{ 即 } (2\sqrt{3} - h)^2 + (2\sqrt{5})^2 = h^2 + (2\sqrt{2})^2, \text{ 解得: } h = 2\sqrt{3}, \text{ 代入上式, 解得 } OP = 2\sqrt{5},$$

即半径 $r = 2\sqrt{5}$, 外接球表面积为 $4\pi r^2 = 80\pi$.



故答案为： 80π

15. (1) 由图知： $10 \times (0.005 + 0.01 + 0.015 + x + 0.04) = 1$ ，可得 $x = 0.03$ 。

(2) 由 $40\% \ 10 \times (0.005 + 0.01 + 0.015) = 0.3 < 0.4 < 10 \times (0.005 + 0.01 + 0.015 + 0.03) = 0.6$ ，

所以分位数在区间 $[80, 90)$ 内，令其为 m ，则 $0.3 + 0.03 \times (m - 80) = 0.4$ ，解得 $m = 80 + \frac{10}{3} \approx 83.33$ 。

所以满意度评分的 40% 分位数为 83.33。

(3) 因为评分在 $[50, 60)$, $[60, 70)$ 的频率分别为 0.05, 0.1，

则在 $[50, 60)$ 中抽取 $\frac{0.05}{0.05 + 0.1} \times 6 = 2$ 人，设为 a, b ；

在 $[60, 70)$ 中抽取 $\frac{0.1}{0.05 + 0.1} \times 6 = 4$ 人，设为 C, D, E, F ；

从这 6 人中随机抽取 2 人，则有：

$\{a, b\}, \{a, C\}, \{a, D\}, \{a, E\}, \{a, F\}, \{b, C\}, \{b, D\}, \{b, E\}, \{b, F\}$ ，

$\{C, D\}, \{C, E\}, \{C, F\}, \{D, E\}, \{D, F\}, \{E, F\}$ ，共有 15 个基本事件，

设选取的 2 人评分分别在 $[50, 60)$ 和 $[60, 70)$ 内各 1 人为事件 A，

则有 $\{a, C\}, \{a, D\}, \{a, E\}, \{a, F\}, \{b, C\}, \{b, D\}, \{b, E\}, \{b, F\}$ ，共有 8 个基本事件，

所以 $P(A) = \frac{8}{15}$ 。

16、(1) 证明：取 AF 的中点为 M ，连接 MD ， MG ，如图所示，

因为点 M, G 分别是 FA 和 FB 的中点，所以 $MG \parallel AO$ ，且 $MG = \frac{1}{2}AB = AO$ 。

在圆柱 OE 的轴截面四边形 $ABCD$ 中， $AO \parallel DE$ ， $AO = DE$ 。

所以 $MG \parallel DE$ ， $MG = DE$ ，因此四边形 $DEGM$ 是平行四边形。

所以 $EG \parallel DM$ ，又 $EG \not\subset$ 平面 DAF ， $DM \subset$ 平面 DAF ，所以 $EG \parallel$ 平面 DAF 。

(2) 由圆的性质可知, 连接 OG 延长必与圆 O 交于点 H , 连接 OE, EH ,

因为 $OG \parallel AF, OG$ 不在平面 DAF 内, $AF \subset$ 平面 DAF ,

所以 $OG \parallel$ 平面 DAF ,

又 $EG \parallel$ 平面 DAF , 且 $EG \cap OG = G$ 且都在面 OEH ,

所以平面 $DAF \parallel$ 平面 OEH .

从而点 H 到平面 DAF 的距离即为点 E 到平面 DAF 的距离.

以 O 为坐标原点, AB 的中垂线为 x 轴, OB 所在直线为 y 轴, OE 所在直线为 z 轴建立空间直角坐标系, 如

图所示. 则 $E(0, 0, 3), A(0, -\sqrt{3}, 0), D(0, -\sqrt{3}, 3), F\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$

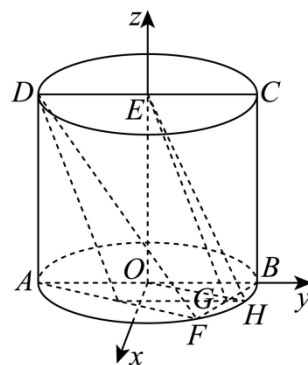
所以 $\overrightarrow{AE} = (0, \sqrt{3}, 3), \overrightarrow{AD} = (0, 0, 3), \overrightarrow{AF} = \left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}, 0\right)$

设 $\vec{n} = (x, y, z)$ 为平面 DAF 的一个法向量,

$$\text{则由 } \begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AD} = 3z = 0, \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}x + \frac{3\sqrt{3}}{2}y = 0, \end{cases} \text{ 可取 } \vec{n} = (\sqrt{3}, -1, 0)$$

因此点 E 到平面 DAF 的距离 $d = \frac{|\overrightarrow{AE} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

故点 H 到平面 DAF 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



17. (1) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$, 以 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 为空间的一组基底,

则 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{c}$, $\overrightarrow{FC_1} = \overrightarrow{FD_1} + \overrightarrow{D_1C_1} = \frac{1}{3}\vec{c} + \vec{a}$,

所以 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC_1}$, 即 $AE = FC_1$ 且 $AE \parallel FC_1$, 从而四边形 AEC_1F 是平行四边形, 所以 A, E, C_1, F 四点共面.

(2) 由题意可知: $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$,

由 (1) 可知, 四边形 AEC_1F 是平行四边形, 所以 M 是 AC_1 的中点 则 $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$,

可得 $\overrightarrow{AM}^2 = \left[\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \right]^2 = \frac{1}{4}(\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + 2\vec{b} \cdot \vec{c}) = \frac{3}{2}$,

而 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{a} = \frac{1}{2}(\vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}) = 1$,

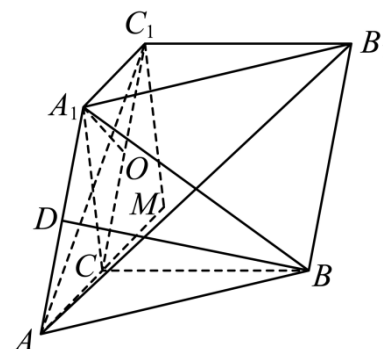
$$\text{则点 } M \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离为 } d = \sqrt{AM^2 - \left(\frac{\overline{AM} \cdot \overline{AB}}{|\overline{AB}|} \right)^2} = \sqrt{\frac{3}{2} - 1} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

所以点 M 到直线 AB 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

18. (1) 如图, $\because A_1C \perp$ 底面 ABC , $BC \subset$ 面 ABC ,

$\therefore A_1C \perp BC$, 又 $BC \perp AC$, $A_1C, AC \subset$ 平面 ACC_1A_1 ,

$A_1C \cap AC = C, \therefore BC \perp$ 平面 ACC_1A_1 , 又 $BC \subset$ 平面 BCC_1B_1 , $\therefore$ 平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 ,



过 A_1 作 $A_1O \perp CC_1$ 交 CC_1 于 O , 又平面 $ACC_1A_1 \cap$ 平面 $BCC_1B_1 = CC_1$, $A_1O \subset$ 平面 ACC_1A_1 ,

$\therefore A_1O \perp$ 平面 BCC_1B_1

$\because A_1$ 到平面 BCC_1B_1 的距离为 1, $\therefore A_1O = 1$,

在 $Rt\triangle A_1CC_1$ 中, $A_1C \perp A_1C_1, CC_1 = AA_1 = 2$,

设 $CO = x$, 则 $C_1O = 2 - x$,

$\because \triangle A_1OC, \triangle A_1OC_1, \triangle A_1CC_1$ 为直角三角形, 且 $CC_1 = 2$,

$$CO^2 + A_1O^2 = A_1C^2, A_1O^2 + OC_1^2 = C_1A_1^2, A_1C^2 + A_1C_1^2 = C_1C^2,$$

$$\therefore 1 + x^2 + 1 + (2 - x)^2 = 4, \text{ 解得 } x = 1,$$

$$\therefore AC = A_1C = A_1C_1 = \sqrt{2},$$

$$\therefore AC = A_1C$$

(2) $\because AC = A_1C, BC \perp A_1C, BC \perp AC, \therefore Rt\triangle ACB \cong Rt\triangle A_1CB \therefore BA = BA_1$,

过 B 作 $BD \perp AA_1$, 交 AA_1 于 D , 则 D 为 AA_1 中点,

由直线 AA_1 与 BB_1 距离为 2, 所以 $BD = 2$

$$\because A_1D = 1, BD = 2, \therefore A_1B = AB = \sqrt{5},$$

$$\text{在 } Rt\triangle ABC, \therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{3},$$

延长 AC ，使 $AC = CM$ ，连接 C_1M ，

由 $CM \parallel A_1C_1, CM = A_1C_1$ 知四边形 A_1CMC_1 为平行四边形，

$\therefore C_1M \parallel A_1C$ ， $\therefore C_1M \perp$ 平面 ABC ，又 $AM \subset$ 平面 ABC ，

$\therefore C_1M \perp AM$

则在 $\text{Rt}\triangle AC_1M$ 中， $AM = 2AC, C_1M = A_1C$ ， $\therefore AC_1 = \sqrt{(2AC)^2 + A_1C^2}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AB_1C_1$ 中， $AC_1 = \sqrt{(2AC)^2 + A_1C^2}$ ， $B_1C_1 = BC = \sqrt{3}$ ，

$\therefore AB_1 = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{13}$ ，

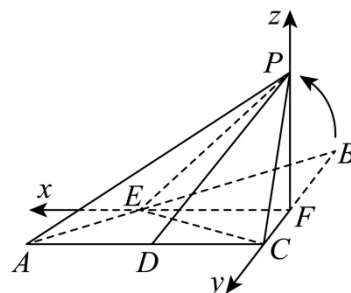
又 A 到平面 BCC_1B_1 距离也为 1，

所以 AB_1 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值为 $\frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$ 。

19. (1) 因为 $AC \perp BC, AC \parallel EF$ ，所以 $EF \perp BC$ ，即 $EF \perp FC, EF \perp PF, PF \cap FC = F, PF, FC \subset$ 平面 PFC ，
 $EF \perp$ 平面 PFC ， $PC \subset$ 平面 PFC ，所以 $EF \perp PC$ 。

(2) 因为二面角 $P-EF-C$ 是直二面角，
 所以平面 $PEF \perp$ 平面 EFC ，平面 $PEF \cap$ 平面 $EFC = EF$ ， $PF \perp EF, PF \subset$ 平面 PEF ，
 $PF \perp$ 平面 EFC ，

以 FE, FC, FP 分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系，



设平面 CEF 法向量为 $\vec{n} = (0, 0, 1)$ ，

$P\left(0, 0, \frac{4}{3}\right), C\left(0, \frac{2}{3}, 0\right), E\left(\frac{4}{3}, 0, 0\right), \overrightarrow{PC} = \left(0, \frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\right), \overrightarrow{CE} = \left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, 0\right)$

设平面 PCE 法向量为 $\vec{m} = (x, y, z)$ $\begin{cases} \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}z = 0 \\ \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}y = 0 \end{cases}$ ，令 $z = 1$ ，得 $y = 2, x = 1$ ，所以 $\vec{m} = (1, 2, 1)$ ，

设二面角 $P-CE-F$ 为 θ ， $\cos\theta = \frac{\vec{n} \cdot \vec{m}}{|\vec{n}| \times |\vec{m}|} = \frac{1}{\sqrt{1+4+1} \times 1} = \frac{\sqrt{6}}{6}$ 。

$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$ ， $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{\sqrt{30}}{6}}{\frac{\sqrt{6}}{6}} = \sqrt{5}$

(3) 分别以 CA 反方向和 CB 方向分别为 x, y 轴，过 F 做 BC 的垂线为 z 轴，

设 $P(0, m, n), F(0, t, 0), D(-1, 0, 0), A(-2, 0, 0), E(t-2, t, 0)$, 显然 $n > 0$,

$\overrightarrow{AE} = (t, t, 0), \overrightarrow{PD} = (-1, -m, -n), \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{PD} = -t - mt = 0$, 得出 $m = -1$, 则 $P(0, -1, n)$, 则 $\overrightarrow{PE} = (t-2, t+1, -n)$,

根据翻折后勾股定理得 $n^2 + (t+1)^2 = (2-t)^2$,

化简得 $n^2 = 3 - 6t$, 因为构成直角三角形, 则 $2-t > t+1$, 且 $t > 0$, 解得 $0 < t < \frac{1}{2}$,

设平面 ABC 的法向量为 $\vec{n} = (0, 0, 1)$, 设直线 PE 与平面 ABC 所成角为 β ,

$$\sin \beta = \frac{|\overrightarrow{PE} \cdot \vec{p}|}{|\overrightarrow{PE}| \cdot |\vec{p}|} = \frac{|-n|}{\sqrt{(t-2)^2 + (t+1)^2 + n^2}},$$

$$\text{则 } \sin^2 \beta = \frac{3-6t}{(2-t)^2 + (t+1)^2 + 3-6t} = \frac{3-6t}{2t^2-8t+8} = \frac{3}{2} \times \frac{1-2t}{t^2-4t+4},$$

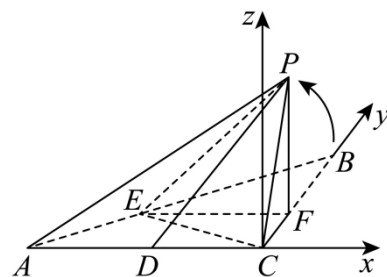
$$\text{令 } y = \frac{3}{2} \times \frac{1-2t}{t^2-4t+4}, t \in \left(0, \frac{1}{2}\right), \text{ 令 } 1-2t = a, \text{ 则 } t = \frac{1-a}{2}, \text{ 且 } a \in (0, 1),$$

$$y = \frac{a}{\left(\frac{1-a}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{1-a}{2} + 4} = 6 \times \frac{a}{a^2 + 6a + 9} = 6 \times \frac{1}{a + \frac{9}{a} + 6},$$

根据对勾函数 $y = a + \frac{9}{a}$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 且恒大于 0,

则函数 $y = 6 \times \frac{1}{a + \frac{9}{a} + 6}$ 在 $(0, 1)$ 单调递增, 则 $y \in \left(0, \frac{3}{8}\right)$, 即 $\sin^2 \beta \in \left(0, \frac{3}{8}\right)$,

则 $\sin \beta \in \left(0, \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, 即正弦值的取值范围 $\left(0, \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$.



仅供会东县中学使用