

圆的方程测试题

第 I 卷 (选择题)

班级: _____; 姓名: _____

一、单选题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求.

- 若方程 $x^2 + y^2 - x + y + m = 0$ 表示一个圆, 则 m 的取值范围是()
A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(-\infty, \frac{1}{2}]$ D. $(-\infty, \frac{1}{2})$
- 两条直线 $y = x + 2a$, $y = 2x + a$ 的交点 P 在圆 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ 的内部, 则实数 a 的取值范围是()
A. $(-\frac{1}{5}, 1)$ B. $(-\infty, -\frac{1}{5}) \cup (1, +\infty)$ C. $[-\frac{1}{5}, 1)$ D. $(-\infty, -\frac{1}{5}] \cup [1, +\infty)$
- 已知两圆相交于两点 $A(-a, 2)$, $B(b, 4)$, 且两圆圆心都在直线 $x + y - 3 = 0$ 上, 则 ab 的值为()
A. -3 B. -2 C. 0 D. 1
- 已知圆 C 与倾斜角为 $\frac{5\pi}{6}$ 的直线相切于点 $N(3, -\sqrt{3})$, 且与曲线 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 相外切, 则其方程为()
A. $(x-4)^2 + y^2 = 4$, $x^2 + (y+2\sqrt{3})^2 = 12$ B. $(x+4)^2 + y^2 = 4$, $x^2 + (y+2\sqrt{3})^2 = 12$
C. $(x+4)^2 + y^2 = 4$, $x^2 + (y-4\sqrt{3})^2 = 36$ D. $(x-4)^2 + y^2 = 4$, $x^2 + (y+4\sqrt{3})^2 = 36$

5. 自点 $A(-2, 1)$ 发出的光线 l 经过 x 轴反射, 其反射光线所在直线正好与圆 $M: x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ 相切, 则反射光线所在直线的所有斜率之和为()

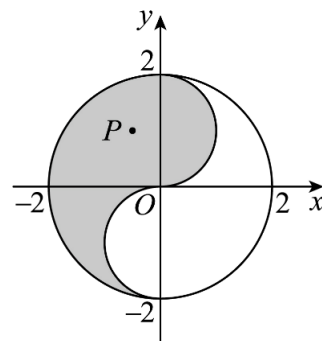
- A. $\frac{4}{3}$ B. 2 C. $\frac{8}{3}$ D. 4

6. “太极图”因其形状如对称的阴阳两鱼互抱在一起, 故也被称为“阴阳鱼太极图”. 如图是放在平面直角坐标系中的“太极图”, 图中曲线为圆或半圆, 已知点 $P(x, y)$ 是阴影部分 (包括边界) 的动点, 则 $\frac{y}{x-2}$ 的最小值为()

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. -1

7. 已知点 $P(2, t)$, $Q(2, -t)$ ($t > 0$), 若圆 $C: (x+2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 上存在点 M , 使得 $\angle PMQ = 90^\circ$, 则实数 t 的取值范围是()

- A. $[4, 6]$ B. $(4, 6)$ C. $(0, 4] \cup [6, +\infty)$ D. $(0, 4) \cup (6, +\infty)$



8. 已知 A, B 是圆 $M: (x-2)^2 + y^2 = 1$ 上不同的两个动点, $|AB| = \sqrt{2}$, O 为坐标原点, 则 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$ 的取值范围是()

- A. $[2 - \sqrt{2}, 4 + \sqrt{2}]$ B. $[3 - \sqrt{2}, 4 + \sqrt{2}]$ C. $[4 - \sqrt{2}, 4 + \sqrt{2}]$ D. $[2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有选错或不选得 0 分.

9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 相切, 则直线 l 的方程可以是()

- A. $x + y = 0$ B. $x + y - 2 = 0$ C. $x - y = 0$ D. $x + y - 4 = 0$

10. 以下四个命题表述错误的是()

- A. 直线 $(m-1)x + (2m-1)y = m-3$ ($m \in \mathbb{R}$) 恒过定点 $(5, -2)$
- B. 圆 $x^2 + y^2 = 2$ 上有且仅有 2 个点到直线 $l: x - y + 1 = 0$ 的距离都等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C. 圆 $C_1: (x+1)^2 + y^2 = 1$ 与圆 $C_2: (x-2)^2 + (y-4)^2 = 20 - m$ 恰有四条公切线, 则 $4 < m < 20$
- D. 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 2$, P 为直线 $x + y + 2\sqrt{3} = 0$ 上一动点, 过点 P 向圆 C 引条切线 PA , 其中 A 为切点, 则 PA 的最小值为 $\sqrt{2}$

11. 已知曲线 C 的方程为 $y = \sqrt{4-x^2}$, 和直线 $l: x - y + b = 0$, 则下列结论正确的是()

- A. 曲线 C 表示以原点为圆心, 以 2 为半径的圆
- B. 曲线 C 与直线 l 有 1 个公共点的充分不必要条件是 $b = -2$
- C. 曲线 C 与直线 l 有 2 个公共点的充要条件是 $2 \leq b < 2\sqrt{2}$
- D. 当 $b = 1$ 时, 曲线 C 上有 3 个点到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
12. 数学美的表现形式不同于自然美或艺术美那样直观, 它蕴藏于特有的抽象概念, 公式符号, 推理论证, 思维方法等之中, 揭示了规律性, 是一种科学但却富有艺术气息的真实美. 在平面直角坐标系中, 曲线 $C: x^2 + y^2 = |x| + |y|$ 就是一条形状优美的曲线, 对于此曲线, 给出如下结论, 其中结论正确的有()
- A. 曲线 C 围成的图形的面积是 $2 + \pi$
- B. 曲线 C 围成的图形的周长是 $2\sqrt{2}\pi$
- C. 曲线 C 上的任意两点间的距离不超过 2
- D. 若 $P(m, n)$ 是曲线 C 上任意一点, 则 $|3m + 4n - 12|$ 的最小值是 $\frac{17-5\sqrt{2}}{2}$

第 II 卷 (非选择题)

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 在平面直角坐标系中, 三点 $O(0,0), A(2,4), B(6,2)$, 则 $\triangle OAB$ 的外接圆方程是_____.

14. 已知圆 $x^2 + y^2 - 6x = 0$, 过点 $(2,1)$ 的直线被该圆所截的弦长的最小值为_____.

15. 古希腊数学家阿波罗尼斯 (约公元前 262-190 年, 他的著作《圆锥曲线论》是古代世界光辉的科学成果, 他将圆锥曲线的性质网罗殆尽, 几乎使后人没有插足的余地) 曾证明过这样一个命题: 平面内到两定点距离之比为常数 k ($k > 0, k \neq 1$) 的点的轨迹是圆. 后人将这个圆称为阿波罗尼斯圆, 简称阿氏圆. 若平面

内两定点 A, B 间的距离为 2, 动点 P 满足 $\frac{|PA|}{|PB|} = \sqrt{2}$, 则 $\triangle PAB$ 面积的最大值是_____.

16. 已知实数 x_1, x_2, y_1, y_2 满足 $x_1^2 + y_1^2 = 4, x_2^2 + y_2^2 = 4, x_1x_2 + y_1y_2 = 0$, 则 $|x_1 + y_1 - 3| + |x_2 + y_2 - 3|$ 的最大值是_____.

四、解答题: 本小题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知直线 $l_1: ax - y + 1 = 0$ 与 $l_2: x + ay + 1 = 0$ ($a \in \mathbb{R}$),

(1) 判定两直线的位置关系; (2) 求 l_1 与 l_2 的交点 C 的轨迹方程.

18. (12 分) 已知圆 C 经过点 $A(4,2)$ 、 $B(6,0)$, 圆心 C 在直线 $x + y - 4 = 0$ 上.

(1) 求圆 C 的方程; (2) 若直线 $y = k(x + 2)$ 与圆 C 相交于 P 、 Q 两点, $|PQ| = 2\sqrt{3}$, 求实数 k 的值.

19. (12 分) 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 和圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$ 相交于 A, B 两点.

(1) 求公共弦 AB 的垂直平分线方程; (2) 求公共弦 AB 所在直线方程; (3) 求 $\triangle ABC_2$ 的面积.

20. (12 分) 已知圆 E 经过点 $A(0,1)$, $B(1,4)$, 且_____. 请从下列 3 个条件中选取一个, 补充在上面的横线处 (只写番号即可).

① 过直线 $x - 5y - 5 = 0$ 与直线 $x - 2y - 8 = 0$ 的交点 C ;

② 圆 E 恒被直线 $l: (m + 1)x + (m - 3)y - 6m - 2 = 0 (m \in R)$ 平分;

③ 与 y 轴相切.

(1) 求圆 E 的方程; (2) 判断 $P(10,11)$ 和圆 E 的位置关系并求过点 P 且和圆 E 相切的切线方程.

21. (12 分) 已知两定点 $A(-2,0)$, $B(1,0)$, 动点 $P(x,y)$ 满足 $|PA|=2|PB|$.

(1) 求动点 P 的轨迹 C 的方程; (2) 求 $x+y$ 的取值范围;

(3) 设点 S 在过点 A 且垂直于 x 轴的直线 l 上运动, 作 SM , SN 与轨迹 C 相切(M , N 为切点).

求证: M , B , N 三点共线.

22. (12 分) 已知圆 O 的方程为 $x^2+y^2=25$, 过点 $F'(0,4)$ 的动直线 l 与圆 E 相交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 M .

(1) 设动点 M 的轨迹为曲线 C , 求曲线 C 的方程.

(2) 已知 $D(0,1)$, 过点 D 作直线 l_1 , 交曲线 C 于 P, Q 两点, P, Q 不在 y 轴上. 过点 D 作与直线 l_1 垂直的直线 l_2 , 交曲线 C 于 E, F 两点, 记四边形 $EPFQ$ 的面积为 S , 求 S 的最大值;

仅供会东县中学使用