

成都七中高 2026 届高二上期第 16 周数学考试题

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求。

1. "绿水青山就是金山银山" 的理念深入人心，人民群众的生态环境获得感、幸福感、安全感不断提升. 某校高一年级举行环保知识竞赛，共 500 人参加，若参赛学生成绩的第 60 百分位数是 80 分，则关于竞赛成绩不小于 80 分的人数的说法正确的是 ()

- A. 至少为 300 人 B. 至少为 200 人 C. 至多为 300 人 D. 至多为 200 人

2. 已知四面体 $ABCD$ 外接球的球心 O 与正三角形 ABC 外接圆的圆心重合，若该四面体体积的最大值为 $2\sqrt{3}$ ，则该四面体外接球的体积为 ()

- A. 8π B. $\frac{32\pi}{3}$ C. 16π D. $\frac{64\pi}{3}$

3. " $a = -\frac{1}{3}$ " 是 "直线 $ax + (a+1)y = 0$ 和直线 $2ax + (1-a)y + 1 = 0$ 平行" 的 ()

- A. 充要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F ，过 F 点作 x 轴的垂线交椭圆于 A, B 两点，

若 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ ，则椭圆的离心率等于 ()

- A. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 已知数据 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的平均数为 1, 方差为 2, 则数据

$2x_1 + 2024, 2x_2 + 2024, 2x_3 + 2024, 2x_4 + 2024, 2x_5 + 2024$ 的平均数 $\bar{x}$ 与标准差 σ 分别为 ()

- A. $\bar{x} = 2, \sigma = 8$ B. $\bar{x} = 2, \sigma = 2\sqrt{2}$ C. $\bar{x} = 2026, \sigma = 2\sqrt{2}$ D. $\bar{x} = 2026, \sigma = 8$

6. 在平面直角坐标系 xOy 中， A, B 为双曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$ 右支上的两点，若 $|AB| = 6$ ，则 AB 中点横坐标的最小值为 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{16}{3}$

7. 已知直线 $l_1: y = x + 4$ ，直线 $l_2: y = x + 5$ ，过直线 l_1 上的动点 P 作圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 的两条切线，切点分别为 A, B ，设 AB 中点为 M ， T 为直线 l_2 上任一点，则 $|TM|$ 的最小值为 ()

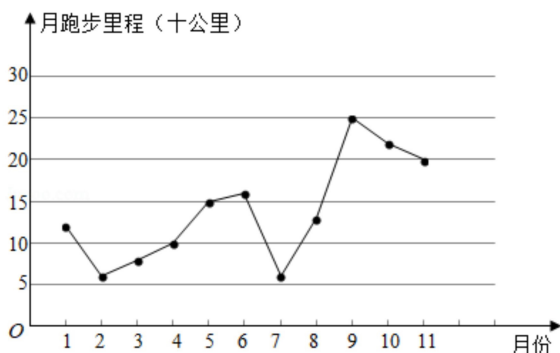
- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $2\sqrt{2}$

8.如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{AA_1}|=1, \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \rangle = 90^\circ$, 若动点 P 满足 $\overrightarrow{CP} = x\overrightarrow{CA_1} + y\overrightarrow{CB_1} + z\overrightarrow{CC_1} (x, y, z \in \mathbb{R}, x+y+z=1)$ 且 $|\overrightarrow{PD_1}| - |\overrightarrow{PB_1}| = 1$, 则 $|\overrightarrow{B_1P}|$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ C. $\frac{3-2\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. “悦跑圈”是一款基于社交型的跑步应用, 用户通过该平台可查看自己某时间段的运动情况, 某人根据



2024 年 1 月至 2024 年 11 月期间每月跑步的里程(单位: 十公里)的数据绘制了下面的折线图, 根据该折线图, 下列结论正确的是 ()

- A. 月跑步里程逐月增加
B. 月跑步里程最大值出现在 9 月
C. 月跑步里程的中位数为 8 月份对应的里程数

D. 1 月至 5 月的月跑步里程相对于 6 月至 11 月波动性更小, 变化比较平稳

10. 已知点 P 是左、右焦点为 F_1, F_2 的椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上的动点, 则 ()

- A. 若 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$, 则 ΔF_1PF_2 的面积为 $4\sqrt{2}$
B. 使 ΔF_1PF_2 为直角三角形的点 P 有 6 个
C. $|\overrightarrow{PF_1}| - 2|\overrightarrow{PF_2}|$ 的最大值为 $6 - 2\sqrt{2}$
D. 若 $M\left(1, \frac{1}{2}\right)$, 则 $|\overrightarrow{PF_1}| + |\overrightarrow{PM}|$ 的最大、最小值分别为 $4\sqrt{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ 和 $4\sqrt{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$

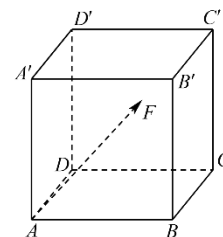
11. 已知圆 C 的方程为 $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$, $M(x, y)$ 为圆 C 上任意一点, 则以下正确的序号为 ()

- A. 存在 x 轴上的唯一点对 A, B , 使得 $\frac{|\overrightarrow{MA}|}{|\overrightarrow{MB}|}$ 为常数
B. 存在 x 轴上的无数个点 A, B , 使得 $\frac{|\overrightarrow{MA}|}{|\overrightarrow{MB}|}$ 为常数
C. 存在直线 $y = k(x-2) (k \neq 0)$ 上的唯一点对 A, B , 使得 $\frac{|\overrightarrow{MA}|}{|\overrightarrow{MB}|}$ 为常数
D. 存在直线 $y = k(x-2) (k \neq 0)$ 上的无数个点 A, B , 使得 $\frac{|\overrightarrow{MA}|}{|\overrightarrow{MB}|}$ 为常数

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

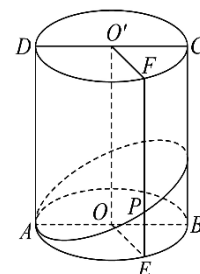
12. 如图所示，在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，点 F 是侧面 $CDD'C'$ 的中心，若

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AA'}, \text{ 则 } x - y = \underline{\hspace{2cm}}$$



13. 如图，圆柱 OO' 的底面半径为1，高为2，矩形 $ABCD$ 是其轴截面，过点 A 平面 α 截圆柱侧面所得的曲线为椭圆 Ω ，设过点 A 的平面 α 与圆柱底面所成的锐二面角为 α ，

$\angle AOE = \beta$ 截母线 EF 得点 P ，则 EP 长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (请用 α, β 表示)



14. 已知点 P 在线段 AB 上，其中 AB 所在直线方程为 $l: y = 2x - 8, x \in [-2024, 2024]$ ，

若存在过 P 的直线交抛物线 $C: y = 2x^2 - 2$ 于 C, D 两点，且 $|PC| = |CD|$ ， P 点为整点（即横纵坐标均为整数的点），则称点 P 为“抛物线 C 的友好点”，则线段 AB 上“抛物线 C 的友好点”的个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$

四、解答题：本题共5小题，共77分. 其中15题13分，16—17题15分，18—19题17分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，且点 $(\sqrt{2}, 3)$ 在 C 上.

(1) 求 C 的方程；

(2) 已知过点 $M(0, 3)$ ，倾斜角为 45° 直线 l 交双曲线于 A, B 两点，求线段 AB 的长度.

16. 在信道内传输 0,1 信号，信号的传输相互独立. 发送 0 时，收到 1 的概率为 $p_1 (0 < p_1 < 1)$ ，收到 0 的概率为 $1 - p_1$ ；发送 1 时，收到 0 的概率为 $p_2 (0 < p_2 < 1)$ ，收到 1 的概率为 $1 - p_2$.

现有两种传输方案：单次传输和三次传输. 单次传输是指每个信号只发送 1 次，三次传输是指每个信号重复发送 3 次. 收到的信号需要译码，译码规则如下：单次传输时，收到的信号即为译码（例如，若收到 1，则译码为 1，若收到 0，则译码为 0）；三次传输时，收到的信号中出现次数多的即为译码（例如，若依次收到 1, 0, 1，则译码为 1，若依次收到 1, 1, 1，则译码为 1）.

(1) 已知 $p_1 = \frac{2}{3}, p_2 = \frac{3}{4}$.

① 若采用单次传输方案，重复发送信号 0 两次，求至少收到一次 0 的概率；

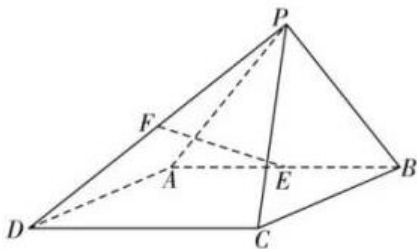
② 若采用单次传输方案，依次发送 0, 0, 1，证明：事件“第三次收到的信号为 1”与事件“三次收到的数字之和为 2”相互独立.

(2) 若发送 1，采用三次传输方案时译码为 0 的概率大于采用单次传输方案时译码为 0 的概率，求 p_2 的取值范围.

17. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $\angle ADC = 60^\circ$, E, F 分别是 AB, PD 的中点.

(1) 求证: $EF \parallel$ 平面 PBC ;

(2) 若 $PC \perp AB, PC = \sqrt{6}, PB = 2$, 求平面 PAD 与平面 PBC 所成角的余弦值.



18. 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, $|F_1F_2| = 2$, B_1, B_2 分别为 Γ 的上、下顶点, P 为 Γ 上在第一象限内的一点, 直线 PB_1, PB_2 的斜率之积为 $-\frac{8}{9}$.

(1) 求 Γ 的方程;

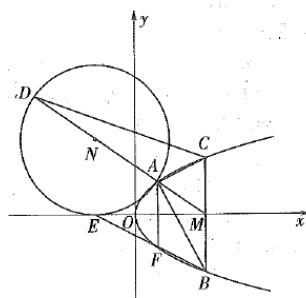
(2) 设 Γ 的右顶点为 A , 过 A 的直线 l_1 与 Γ 交于另外一点 B , 与 l_1 垂直的直线 l_2 与 l_1 交于点 M , 与 y 轴交于点 N , 若 $BF_2 \perp NF_2$, 且 $\angle MOA \leq \angle MAO$ (O 为坐标原点), 求直线 l_1 的斜率的取值范围.

19. 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $3x^2 - y^2 = 3a^2 (a > 0)$ 的左右焦点, P 是抛物线 $\Gamma: y^2 = 8ax$ 与双曲线的一个交点, 若 $|PF_1| + |PF_2| = 6$,

(1) 求抛物线的准线方程;

(2) 过抛物线 Γ 的焦点 F 作斜率分别为 k_1, k_2 的两条不同直线 l_1, l_2 且

$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = 2, k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$, 直线 l_1 与抛物线 Γ 交于点 A, B , 直线 l_2 与抛物线 Γ



交于点 C, D , 求以 AB, CD 为直径的圆 M , 圆 N 的公共弦所在的直线的斜率;

(3) 如图所示, 抛物线的内接 $Rt\triangle ABC$, 斜边 $BC \perp x$ 轴于点 M , 延长 MA 到点 D , 使得以 AD 为直径的 $\odot N$ 与 x 轴切于点 E , 连接 BE , 与抛物线交于点 F . 若四边形 $AFBC$ 面积为 32, 求 $\triangle ACD$ 的面积.