

双曲线 课后作业 (12.4)

基础巩固

- “直线与双曲线有唯一公共点”是“直线与双曲线相切”的()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个顶点分别为 A, B , 点 P 为双曲线上除 A, B 外任意一点, 且点 P 与点 A, B 连线的斜率分别为 k_1, k_2 , 若 $k_1 k_2 = 3$, 则双曲线的渐近线方程为()
 A. $y = \pm x$ B. $y = \pm \sqrt{2}x$
 C. $y = \pm \sqrt{3}x$ D. $y = \pm 2x$
- 经过双曲线 $x^2 - y^2 = 8$ 的右焦点且斜率为 2 的直线被双曲线截得的线段的长为()
 A. $\frac{4\sqrt{10}}{3}$ B. $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ C. $\sqrt{10}$ D. $7\sqrt{2}$
- 已知双曲线 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线 l 与双曲线相交于 A, B 两点, 则满足 $|AB| = 3\sqrt{2}$ 的直线 l 有()
 A. 1 条 B. 2 条
 C. 3 条 D. 4 条
- 设点 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{2} = 1 (a > 0)$ 的左、右焦点, 过点 F_1 且与 x 轴垂直的直线 l 与双曲线 C 交于 A, B 两点. 若 $\triangle ABF_2$ 的面积为 $2\sqrt{6}$, 则该双曲线的渐近线方程为()
 A. $y = \pm \sqrt{3}x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$
 C. $y = \pm \sqrt{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$
- (多选) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{m} = 1$ 过点 $(3, \sqrt{2})$, 则下列结论正确的是()
 A. C 的焦距为 4 B. C 的离心率为 $\sqrt{3}$
 C. C 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ D. 直线 $2x - \sqrt{3}y - 1 = 0$ 与 C 有两个公共点
- 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线为正方形 $OABC$ 的边 OA, OC 所在的直线, 点 B 为该双曲线的焦点, 若正方形 $OABC$ 的边长为 2, 则 $a =$ _____.
- 过点 $M(0, 3)$ 的直线 l 与双曲线 $C: \frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{3} = 1$ 交于 A, B 两点, 且以 AB 为直径的圆过坐标原点 O , 则直线 l 的方程为_____.

9. 设 A, B 为双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ 上的两点, 线段 AB 的中点为 $M(1, 2)$. 求:

(1) 直线 AB 的方程; (5分) (2) $\triangle OAB$ 的面积 (O 为坐标原点). (5分)

10. (12分) 已知双曲线 $3x^2 - y^2 = 3$, 直线 l 过右焦点 F_2 , 且倾斜角为 45° , 与双曲线交于 A, B 两点, 试问 A, B 两点是否位于双曲线的同一支上? 并求弦 AB 的长.

综合运用

11. 已知双曲线 E 的中心在原点, $F(3, 0)$ 是 E 的焦点, 过 F 的直线 l 与 E 相交于 A, B 两点, 且 AB 的中点为 $N(-12, -15)$, 则 E 的方程为()

A. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$

B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

C. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$

D. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

12. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点是 F , 左、右顶点分别是 A_1, A_2 , 过 F 作 A_1A_2 的垂线与双曲线交于 B, C 两点. 若 $A_1B \perp A_2C$, 则该双曲线的渐近线方程为()

A. $y = \pm \frac{1}{2}x$

B. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

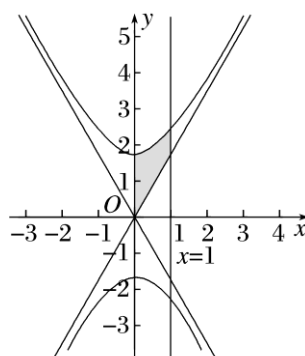
C. $y = \pm x$

D. $y = \pm \sqrt{2}x$

13. 已知双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - x^2 = 1 (a > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 点 F_1, F_2 分别是它的下焦点和上焦点, 若 P 为该双曲线上支上的一个动点, 则 $|PF_1|$ 与 P 到一条渐近线的距离之和的最小值为_____.

☑ 拓广探究

14. 祖暅, 祖冲之之子, 是我国南宋时期的数学家. 他提出了体积计算原理(祖暅原理): “幂势既同, 则积不容异”. 意思是: 如果两等高的几何体在同高处截得两几何体的截面积总相等, 那么这两个几何体的体积相等. 已知双曲线 C 的焦点在 y 轴上, 离心率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 且过点 $(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$, 则双曲线的方程为_____; 若直线 $x = 0, x = 1$ 在第一象限内与 C 及其渐近线围成如图阴影部分所示的图形, 则阴影图形绕 x 轴旋转一周所得几何体的体积为_____.



15. (12分) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\sqrt{3}$, 点 $A(2, 2)$, 且 $\triangle AF_1F_2$ 的面积为 $2\sqrt{6}$.

(1) 求双曲线 C 的标准方程; (4分)

(2) 直线 $l: x = my + 1$ 交 x 轴于点 B , 与双曲线 C 的左、右两支分别交于点 E, F (不同于点 A), 记直线 AE, AF 分别与直线 $x = 1$ 交于点 M, N , 证明: B 是 MN 的中点. (8分)