

成都七中高 2026 届高三上期期末练习 (2)

一、单选题：本题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

1. “ $1 < k < 5$ ” 是方程 “ $\frac{x^2}{k-1} + \frac{y^2}{5-k} = 1$ 表示椭圆” 的 ()

A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

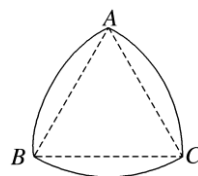
2. 已知点 P 在圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 上运动，若对任意点 P ，在直线 $l: x + y - 4 = 0$ 上均存在两点 A, B ，使得 $\angle APB \geq \frac{\pi}{2}$ 恒成立，则线段 AB 长度的最小值是 ()

A. $4\sqrt{2} + 2$ B. $\sqrt{2} + 1$ C. $2\sqrt{2} - 1$ D. $\sqrt{2} - 1$

3. 我国著名数学家华罗庚曾说过：“数缺形时少直观，形少数时难入微”。事实上，很多代数问题可以转化为几何问题加以解决，如：与 $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ 相关的代数问题可以转化为点 $A(x, y)$ 与点 $B(a, b)$ 之间距离的几何问题。结合上述观点，可得方程 $\sqrt{x^2 + 4x + 8} + \sqrt{x^2 - 4x + 8} = 4\sqrt{3}$ 的解是 ()

A. $\pm\sqrt{6}$ B. $\sqrt{6}$ C. $-\sqrt{6}$ D. 无解

4. 勒洛三角形是分别以等边三角形的每个顶点为圆心，边长为半径，在另两个顶点间作圆弧，三段圆弧围成的曲边三角形(如图)，已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 2)$ 的焦点和顶点能作出一个勒洛三角形，则该勒洛三角形的周长为 ()



A. 2π B. 3π C. 4π D. π

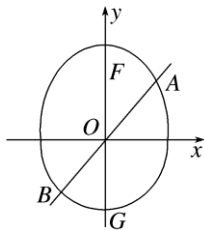
5. 设点 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点，过点 F_1 作直线交双曲线 C 的两条渐近线于点

A, B ，连接 F_2B ，满足 $\overrightarrow{F_1A} = \overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{F_1B} \cdot \overrightarrow{F_2B} = 0$ ，则双曲线的离心率为 ()

A. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。

6. 2023 年 6 月 4 日，神舟十五号载人飞船返回舱成功着陆，返回舱是宇航员返回地球的座舱，返回舱的轴截面可近似看作是由半圆和半椭圆组成的“曲圆”，如图在平面直角坐标系中半圆的圆心在坐标原点，半圆所在的圆过椭圆的焦点 $F(0, 2)$ ，椭圆的短轴与半圆的直径重合，下半圆与 y 轴交于点 G 。若过原点 O 的直线与上半椭圆交于点 A ，与下半圆交于点 B ，则 ()



A. 椭圆的长轴长为 $4\sqrt{2}$

B. 线段 AB 长度的取值范围是 $[4, 2 + 2\sqrt{2}]$

C. $\triangle ABF$ 面积的最小值是 4

D. $\triangle AFG$ 的周长为 $4 + 4\sqrt{2}$

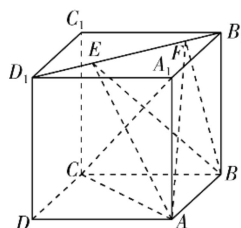
7. 已知 F_1, F_2 为双曲线 $C: \frac{y^2}{3} - x^2 = 1$ 的两个焦点, P 为双曲线 C 上任意一点, 则()

A. $|PF_1| - |PF_2| = 2\sqrt{3}$ B. 双曲线 C 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

C. 双曲线 C 的离心率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $|\overrightarrow{PF_1} + \overrightarrow{PF_2}| \geq 2\sqrt{3}$

8. 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 线段 B_1D_1 上有两个动点 E, F ,

且 $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则下列结论正确的有 ()



A. 当点 E 运动时, $A_1C \perp AE$ 总成立 B. 当 E 向 D_1 运动时, 二面角 $A - EF - B$ 逐渐变小

C. 二面角 $E - AB - C$ 的最小值为 45° D. 三棱锥 $A - BEF$ 的体积为定值

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

9. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, O 为坐标原点, 过左焦点 F_1 作直线 F_1P 与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 切于点 E , 与双曲线右支交于点 P , 且满足 E 为 PF_1 中点, $|OE| = \sqrt{2}$, 则双曲线的标准方程为_____.

10. 已知点 F 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点, 点 E 是该双曲线的右顶点, 过点 F 且垂直于 x 轴的直线与双曲线交于 A, B 两点, 若 $\triangle ABE$ 是锐角三角形, 则该双曲线的离心率 e 的取值范围是_____.

11. 已知 O 为坐标原点, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 上顶点为 B , 线段 BF 的中垂线交 C 于 M, N 两点, 交 y 轴于点 P , $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PO}$, $\triangle BMN$ 的周长为 16, 则椭圆 C 的标准方程是_____.

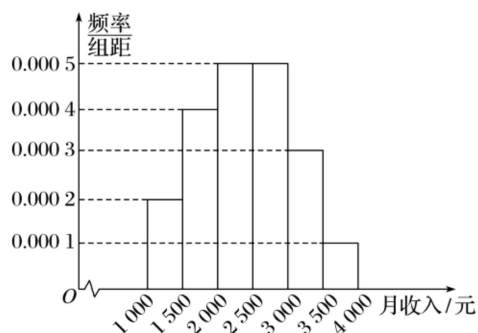
请将选择题、填空题答案摘录在下面:

1	2	3	4	5	6	7	8

9. _____; 10. _____; 11. _____.

四、解答题: 本题共 3 小题, 12 题 12 分, 其余各题 15 分, 共 42 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

12. 某市统计局就当地居民的月收入调查了 10 000 人, 并根据所得数据画出如图所示的样本的频率分布直方图。



(1) 求居民月收入在 $[3\ 000, 3\ 500)$ 内的频率;

(2) 根据频率分布直方图估计样本数据的中位数;

(3) 为了分析居民的收入与年龄、职业等方面的关系, 按月收入再从这 10 000 人中用分层抽样方法抽出 100 人进行分析, 则月收入在 $[2\ 500, 3\ 000)$ 内的应抽多少人?

13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的虚轴长为 4, 直线 $2x - y = 0$ 为双曲线 C 的一条渐近线.

(1) 求双曲线 C 的标准方程;

(2) 记双曲线 C 的左、右顶点分别为 A, B , 过点 $T(2, 0)$ 的直线 l 分别交双曲线于 M, N 两点, 直线 MA 交 y 轴于点 P , 直线 NB 交 y 轴于点 Q , 记 $\triangle PAT$ 的面积为 S_1 , $\triangle QBT$ 的面积为 S_2 , 求证: $\frac{S_1}{S_2}$ 为定值.

14. 已知直线 $x - 2y + 1 = 0$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 4\sqrt{15}$.

(1) 求 p ;

(2) 设 F 为 C 的焦点, M, N 为 C 上两点, $\vec{FM} \cdot \vec{FN} = 0$, 求 $\triangle MFN$ 面积的最小值.