

高二上期期末复习——直线与圆

知识点 1: 直线的倾斜角与斜率

1. 直线 $x \cos \theta + \sqrt{3}y + 2 = 0$ 的倾斜角的范围是_____
2. 给定点 $P(2, -3), Q(3, 2)$, 已知直线 $ax + y + 2 = 0$ 与线段 PQ (包括 P, Q 在内) 有公共点, 则 a 的取值范围是_____
3. 三条直线 $l_1: x - 2y + 2 = 0, l_2: x = 2, l_3: x + ky = 0$ 将平面划分成 6 个部分, 则实数 k 的可能取值有 ()
A. 唯一的一个 B. 有两个 C. 有三个 D. 无穷多个

知识点 2: 直线方程的五种形式

4. 过点 $P(2, 3)$, 并且在两轴上的截距相等的直线方程为_____
5. 数学家欧拉在 1765 年提出定理: 三角形的外心、重心、垂心依次位于同一直线上, 且重心到外心的距离是重心到垂心距离的一半. 这条直线被后人称为三角形的欧拉线.
已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(1, 0), B(0, 2)$, 且 $AC = BC$, 则 $\triangle ABC$ 的欧拉线的方程为_____

知识点 3: 直线间的位置关系

6. “ $m=3$ ”是“两直线 $l_1: mx + 3y + 2 = 0$ 和 $l_2: x + (m-2)y + m - 1 = 0$ 平行”的_____条件.
7. 已知直线 $l_1: 3x + y - 3 = 0$, 直线 $l_2: 6x + my + 1 = 0$, 则下列表述正确的有 ()
A. 直线 l_2 的斜率为 $-\frac{6}{m}$ B. 若直线 l_1 垂直于直线 l_2 , 则实数 $m = -18$
C. 直线 l_1 倾斜角的正切值为 3 D. 若直线 l_1 平行于直线 l_2 , 则实数 $m = 3$

知识点 4: 直线相关的距离问题

8. 点 $P(-2, 3)$, 点 Q 是直线 $l: 3x + 4y + 3 = 0$ 上的动点, 则 $|PQ|$ 的最小值为_____
9. 已知 $A(2, 5), B(4, 1)$, 若点 $P(x, y)$ 在线段 AB 上, 则 $2x - y$ 的最小值为_____
10. 已知函数 $f(x) = ax + 2a - 1$ 的图象恒过定点 A , 若点 A 在直线 $mx + ny + 1 = 0$ 上, 其中 $m \cdot n > 0$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为_____

知识点 5: 直线综合问题

11. 在 $\triangle ABC$, 已知点 $A(3, 1)$ 和直角 $\angle B$ 的平分线 $y = 2x$.
(1) 求点 A 关于直线 $y = 2x$ 的对称点 A_1 的坐标; (2) 求点 B 的坐标;
(3) 若点 B 在第一象限, 且 $\triangle ABC$ 的面积等于 10, 求直线 AC 的方程.

12. 在平面直角坐标系中, 设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 为不同两点, $x_1 \neq x_2$, 直线 l 的方程为

$ax + by + c = 0$, 设 $\delta = \frac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c}$, 有下列四种说法:

①存在实数 δ , 使得点 N 在直线 l 上; ②若 $\delta = 1$, 则过 M, N 两点的直线与直线 l 平

行;

③若 $\delta = -1$, 则直线 l 经过线段 MN 的中点;

④若 $\delta > 1$, 则点 M, N 在直线 l 的同侧, 且直线 l 与线段 MN 的延长线相交.

其中, 所有正确的说法的序号是_____

知识点 6: 圆的定义及相关的轨迹问题

13. 圆心在直线 $2x - y - 3 = 0$ 上, 且过点 $(5, 2)$ 和 $(3, -2)$ 的圆的方程是_____.

14. 已知点 $A(3, 0)$ 是圆 $x^2 + y^2 = 25$ 内的一个定点, 以 A 为直角顶点作 $\text{Rt}\triangle ABC$, 且点 B, C 在圆上,

则 BC 中点 M 的轨迹方程是_____.

知识点 7: 直线与圆的位置关系

15. 若无论实数 a 取何值时, 直线 $ax + y + a + 1 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + b = 0$ 都相交, 则实数 b 的取值范围是_____

16. 若直线 $y = -x + b$ 与曲线 $x = \sqrt{1 - y^2}$ 恰有一个公共点, 则 b 的取值范围是_____

17. 在平面直角坐标系 xOy 中, A 为直线 $l: y = 2x$ 上在第一象限内的点, $B(5, 0)$, 以 AB

为直径的圆 C 与直线 l 交于另一点 D . 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$, 则点 A 的横坐标为_____.

知识点 8: 垂径定理的应用

18. 若点 $P(1, 1)$ 为圆 $C: (x - 3)^2 + y^2 = 9$ 的弦 MN 的中点, 则弦 MN 所在的直线方程是_____

19. 直线 l 过点 $(0, 2)$, 被圆 $C: x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$, 则直线 l 的方程是_____

20. 若直线 $3x - 4y + 5 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 相交于 A, B 两点, 且 $\angle AOB = 120^\circ$ (O 为坐标原点),

则 $r =$ _____

21. 已知直线 $x + y + m = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2$ 交于不同的两点 A, B , O 是坐标原点,

$|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| \geq |\overrightarrow{AB}|$, 则实数 m 的取值范围是_____

知识点 9: 圆的切线问题

22. 过点 $(3, 1)$ 作圆 $(x-1)^2 + y^2 = r^2$ 的切线有且只有一条, 则该切线的方程为_____

23. 已知圆 $O: x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 和圆外一点 $A(3, 4)$, 过点 A 作圆的切线, 切点分别为 C, D , 则过切点 C, D 的直线方程是_____.

24. 由直线 $y = x + 1$ 上的一点向圆 $(x-3)^2 + y^2 = 1$ 引切线, 则切线长的最小值为_____

25. 过点 $P(1, \sqrt{3})$ 作圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} =$ _____

26. 若 P 为直线 $x - y + 4 = 0$ 上一个动点, 从点 P 引圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$ 的两条切线 PM, PN (切点为 M, N), 则 $|MN|$ 的最小值为_____

知识点 10: 圆与圆

27. 若圆 $M: x^2 + y^2 - 2ay = 0 (a > 0)$ 截直线 $x + y = 0$ 所得线段长度为 $2\sqrt{2}$, 则圆 M 与圆 $N: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 的位置关系是_____

28. 已知圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 和两点 $A(-m, 0), B(m, 0) (m > 0)$, 若圆 C 上存在点 P ,

使得 $\angle APB = 90^\circ$, 则 m 的最大值为_____

知识点 11: 与圆相关的参数问题

29. 已知实数 x, y 满足方程 $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$.

① 求 $y - x$ 的最大值和最小值; ② 求 $x^2 + y^2$ 的最大值和最小值; ③ 求 $\frac{y}{x+1}$ 的取值范围.

30. 函数 $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ 的值域是_____.

31. 若实数 x, y 满足条件 $x^2 + y^2 = 1$, 则下列判断正确的是 ()

- A. $x + y$ 的范围是 $[0, \sqrt{2}]$ B. $x^2 - 4x + y^2$ 的范围是 $[-3, 4]$
 C. xy 的最大值为 1 D. $\frac{y-2}{x+1}$ 的范围是 $(-\infty, -\frac{3}{4}]$

32. 已知方程 $kx + 3 - 2k = \sqrt{4 - x^2}$ 有两个不同的解, 则实数 k 的取值范围是_____

知识点 12: 圆上点的距离问题

33. 若圆 $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 10 = 0$ 上至少有三个不同的点到直线 $l: y = kx$ 的距离为 $2\sqrt{2}$, 则直线 l 斜率的取值范围是_____.

34. 曲线 $y = x^2 + 1$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线为 l , 则直线 l 上的任意点 P 与圆 $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$ 上的任意点 Q 之间的最近距离是_____

35. 已知圆 $C_1: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$, 圆 $C_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$, M, N 分别是圆 C_1, C_2 上的动点, P 为 x 轴上的动点, 则 $|PM| + |PN|$ 的最小值是_____

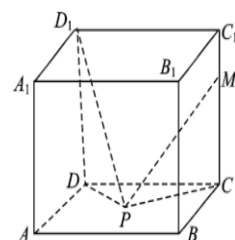
36. 已知圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 - a^2 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - (2b-10)x - 2by - 10b + 16 = 0$ 相交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点, 且满足 $x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2$, 则 $b =$ _____

知识点 13: 与圆相关的综合问题

37. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 $\overline{CM} = 2\overline{MC_1}$, P 在底面 $ABCD$ 内运动,

且满足 $\frac{DP}{D_1P} = \frac{CP}{MP}$, 则点 P 的轨迹为 ()

- A. 椭圆的一部分 B. 线段 C. 抛物线的一部分 D. 圆弧



38. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, $O_1: (x-4)^2 + y^2 = 4$, 动点

P 在直线 $x + \sqrt{3}y - b = 0$ 上, 过点 P 分别作圆 O , 圆 O_1 的切线, 切点分别为 A, B , 若满足 $PB = 2PA$ 的点 P 有且只有两个, 则实数 b 的取值范围是_____